

Philippe Block | Christoph Gengnagel | Stefan Peters

unter Mitarbeit von Marcel Aubert, Eva Pirker und Ines Prokop

FAUSTFORMEL

TRAGWERKSENTWURF

Deutsche Verlags-Anstalt

Ebenfalls bei DVA erschienen:



Michael Hayner | Jo Ruoff | Dieter Thiel

FAUSTFORMEL
Gebäudetechnik für Architekten

ISBN 978-3-421-03739-8

IMPRESSUM



1. Auflage Copyright © 2013
Deutsche Verlags-Anstalt, München,
in der Verlagsgruppe Random House GmbH
Alle Rechte vorbehalten
Grundidee Buchstruktur und Buchlayout der Reihe *Faustformel*:
Michael Hayner, Jo Ruoff, Dr. Dieter Thiel
Satz und Layout: Autoren, Susanne Hermann/DVA
Umschlaggestaltung: Susanne Hermann/DVA
Lektorat: Sabine Schmid/DVA
Lithografie: Helio Repro, München
Druck und Bindung: Printer Trento, Trento
Printed in Italy

ISBN 978-3-421-03790-0

www.dva.de

HAFTUNGSAUSSCHLUSS

Autoren und Verlag sind um Richtigkeit und Aktualität aller Informationen bemüht. Die Inhalte des vorliegenden Buchs wurden mit größter Sorgfalt erarbeitet. Für Richtigkeit, Vollständigkeit, Aktualität und Qualität der Inhalte kann jedoch keine Gewähr übernommen werden. Ebenso haften Autoren und Verlag nicht für materielle oder immaterielle Schäden, die durch Nutzung oder Nichtnutzung der dargebotenen Informationen und die Nutzung fehlerhafter oder unvollständiger Informationen aus diesem Buch verursacht werden. Die Berechnungen, Ergebnisse und technischen Angaben in diesem Buch ersetzen nicht die Leistung der jeweiligen Fachingenieure.

INHALT

6	VORWORT
9	TRAGWERKSAUFGABEN
17	GRUNDLAGEN
67	GRAFISCHE METHODEN
89	TRAGWERKSELEMENTE
121	STABILITÄT UND STABILISIERUNG
137	AUSSTEIFUNG
153	WERKSTOFFEIGENSCHAFTEN
179	VERBINDUNGSDetails
205	TRAGWERKSGESTALTUNG
227	ANHANG

Faustformel Tragwerksentwurf bietet ArchitektInnen und IngenieurInnen in Studium, Lehre und Praxis einen breiten Überblick von den Grundlagen bis hin zu vertieften Teilbereichen. Wesentliche Ziele des Buchs sind die Vermittlung von Kenntnissen und die Vorstellung von Entwurfsstrategien, die für die Gestaltung von Tragstrukturen grundlegend

sind. Zu Beginn werden neben den Tragwerksaufgaben (→S. 9) die Grundlagen der Statik (→S. 17) vorgestellt und weiterführend dann die Methoden der grafischen Statik (→S. 67) erläutert. Für die wichtigsten Tragwerkselemente (→S. 89), unterteilt nach ihrer tragstrukturellen Wirkungsweise, werden Faustformeln angegeben und deren Anwendun-

gen erklärt. Die Prinzipien der Stabilität und der Stabilisierung (→S. 121) einzelner Bauteile sowie der Aussteifung von Gebäuden (→S. 137) werden ebenfalls ausführlich behandelt. Ein Überblick der gebräuchlichsten Konstruktionsmaterialien (→S. 153) sowie die Darstellung einer großen Anzahl von Verbindungsdetails (→S. 179) stellen den Zusammenhang zur

konstruktiven Ausführung her. Im Kapitel Tragwerksgestaltung (→S. 205) findet der Leser weiterführende Anregungen zur Formgebung von Tragwerken unter Anwendung der zuvor vorgestellten Sachverhalte.

Die Autoren und Koautoren sind ausgebildete Ingenieure und Architekten, die in Lehre und Praxis tätig sind. Aufgrund

ihrer Ausbildungsstätten und Werdegänge verbinden sie verschiedene Haltungen zum Tragwerksentwurf – sowohl wie sie an Hochschulen im deutschsprachigen als auch im englischsprachigen Raum üblich sind.

So bringen die Autoren unter anderem die Überlegungen zum Gleichgewicht sowie das Gedankenmodell der Schnitt-

größen in direkte Verbindung mit den Methoden der grafischen Statik, stets mit dem Ziel, Anleitungen zu einer sinnvollen und angemessenen Gestaltung von Tragwerken zu geben.

TRAGWERKSAUFGABEN

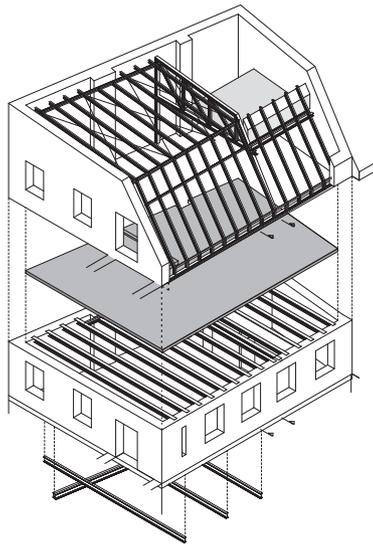
- 10 Grundgedanke
- 11 Lastabtragung
- 12 Bemessung
- 14 Vordimensionierung

GRUNDGEDANKE

Architektonischer Entwurf und Tragwerk

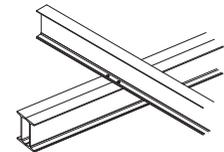
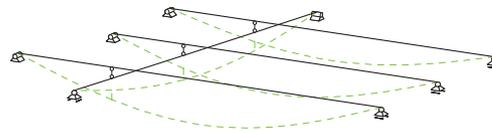
Ziel eines jeden architektonischen Entwurfs ist dessen Realisierung als Bauwerk. Jedes Bauwerk muss bestimmte Anforderungen erfüllen: gestalterische, funktionale, baukonstruktive und bauphysikalische. Eine wesentliche Anforderung ist die Standsicherheit, eine andere die Gestalttreue. Beides wird durch das Tragwerk gewährleistet. Daher gehört das Tragwerk zu den Grundelementen jedes Bauwerks, es ist form- und raumgebend. Die Entwicklung des Tragwerksentwurfs in Wechselwirkung mit den und unter konsequenter Berücksichtigung der gestalterischen Belange ist eine wichtige Voraussetzung für qualitätsvolle Architektur.

Der Tragwerksentwurf ist daher ein grundlegender Bestandteil des allgemeinen Entwurfsprozesses. Die Kenntnis der möglichen Tragwerke, ihres prinzipiellen Tragverhaltens und ihrer Wirkungsweise ist seine Grundlage. Im Verlauf des Tragwerksentwurfs werden die einzelnen Tragwerkelemente entwickelt. Als erster Schritt der Tragwerksplanung hat der Tragwerksentwurf große Bedeutung. Denn zuerst müssen Tragstrukturen erarbeitet und ausgewählt werden, bevor die Methoden der Baustatik und Festigkeitslehre angewendet werden können. Diese Methoden dienen der Überprüfung von Annahmen, der Abschätzung und Vordimensionierung von Tragelementen und schlussendlich dem Nachweis der Standsicherheit und Gebrauchstauglichkeit des Gebäudes und seines gesamten Tragwerks. Zur qualitativen Beurteilung von Trag-



Der Umbau umfasste den Ausbau eines ehemaligen Speichers im Dachgeschoss zu einem Wohnraum mit einer Dachterrasse. Zusätzlich wurde die bestehende Wohnung im 2. OG instandgesetzt und neu strukturiert. Das neue Dachtragwerk besteht aus einhäufigen Rahmen, die auf den Außenwänden aufliegen. Zur Aufnahme eines Teils der Lasten aus der eingehängten Dachterrasse dient ein Fachwerkrahmen, der gleichzeitig einen Teil der auftretenden Horizontalkräfte aus dem Dachverband aufnimmt und in die neue Deckenscheibe ableitet.

Die neue Decke über dem 2. OG wurde als Stahlbeton-Verbundträgerdecke ausgeführt. Die Träger wurden entsprechend ihrer unterschiedlichen Spannweite mit Überhöhung von bis zu 7 cm eingebaut und erhielten unter der Last des Betons ihre horizontale Endlage. Im 2. OG wurden alle Trennwände, die die vorhandene Holzbalkendecke und die historischen Stahlunterzüge belasteten, entfernt. Der rechnerische Nachweis der Deckenkonstruktion nach geltenden Normen wurde durch das Koppeln der historischen Stahlunterzüge zu einem Trägerrost erreicht.

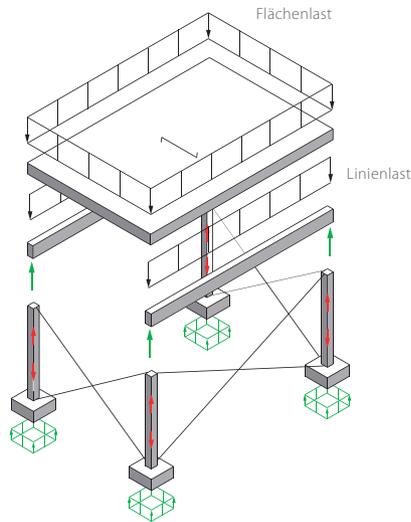


Tragwerkskonzeption – Umbau eines Werkstatt- und Wohngebäudes

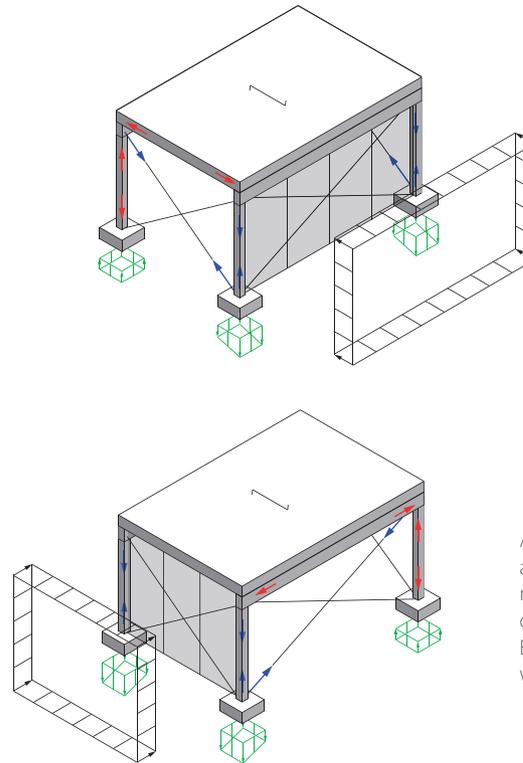
werken erfolgt werkstoffunabhängig eine Abstraktion der Tragwerksteile in Tragsysteme. Dabei sind die Belastungen und die Auflagersituation zu berücksichtigen. Tragsysteme können aus einzelnen Tragelementen oder aus der Addition solcher Elemente bestehen. Die Form des Einzelements wird durch seine Hauptgeometrie bestimmt. Je nach Tragwerksgeometrie ist eine Einteilung in linienförmige, flächenförmige oder

räumliche Tragwerkelemente sinnvoll. Linien- und Flächenelemente können entsprechend der Krümmung ihrer Achse bzw. ihrer Mittelfläche in gerade (ebene) und in gekrümmte Elemente unterschieden werden. Alle Elemente haben mechanische Steifigkeiten, die durch die Querschnittsgeometrie und Materialeigenschaften bestimmt werden.

Lastabtragung vertikal



Lastabtragung horizontal



Abhebende Kräfte aus Horizontallasten müssen mit ausreichender Sicherheit durch Eigenlasten überdrückt werden.

Lastabtragung

Ein Gebäude muss gegenüber allen äußeren Beanspruchungen standsicher sein. Die angreifenden Lasten (sogenannte Aktionskräfte) müssen sicher bis in den Baugrund abgetragen werden. Sinnvollerweise werden die vertikale und die horizontale Lastabtragung separat nachgewiesen. Beispielsweise erfolgt die Lastabtragung der Eigen- und Nutzlasten einer Decke (→S. 27, 28) als vertikale Lasten wie in der Zeichnung dargestellt: Die

Flächenlast der hier einachsig spannenden Decke wird zu je einer Hälfte in zwei Unterzüge weitergeleitet. Die Unterzüge bilden an zwei Seiten ein Linienlager für die Decke. Als Einfeldträger liegen sie an ihren Enden jeweils auf einer Stütze. Aus der Linienlast der Decke wird nun eine Einzellast (Punktlast). Stützen tragen die Last in die Fundamente ab. Der Einzellast im Fundament wirkt der Erddruck als Flächenlast entgegen. Die horizontale

Lastabtragung wird für jede Windrichtung separat betrachtet; für Wind von links folgendermaßen: Die Windlast wirkt als Flächenlast auf die Gebäudehülle. Über die Sekundärstruktur erfolgt die Weiterleitung in die seitlichen Stützen. Gekreuzte Zugdiagonale steifen das Gebäude aus und führen die Horizontallasten in die Fundamente. Der Einzellast in den Fundamenten wirkt wieder der Erddruck als Flächenlast entgegen.

BEMESSUNG

Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit

Ein Bauwerk muss so geplant und gebaut werden, dass die möglichen Einwirkungen während der Bauphase und während der Nutzung aufgenommen und abgetragen werden, ohne einen Einsturz oder unzulässige Verformungen hervorzurufen. Der Einsturz als Kollaps eines ganzen Gebäudes oder einzelner Gebäudeteile wird durch eine ausreichende Tragfähigkeit der Bauteile verhindert. Für die planmäßige Gebäudenutzung ist darüber hinaus eine definierte Gebrauchstauglichkeit erforderlich. Zur Gebrauchstauglichkeit gehört die Festlegung der maximal zulässigen Verformungen und eine ausreichende, sichergestellte Dauerhaftigkeit während der vorgesehenen Nutzungsdauer. Diese grundsätzlichen Anforderungen an ein Gebäude können nicht mit absoluter, sondern nur mit einer angemessenen Zuverlässigkeit gewährleistet werden.

Um ein angemessenes und ausreichendes Sicherheitsniveau zu definieren, ist ein durchgängiges Sicherheitskonzept notwendig. Den europäischen und den meisten nationalen Normen liegt das sogenannte semiprobabilistische Sicherheitskonzept zugrunde. Es basiert auf Wahrscheinlichkeitswerten und berücksichtigt die unterschiedliche statistische Verteilung der jeweiligen Größen und die Streuung der Messwerte. Dieses Sicherheitskonzept betrifft sowohl die Beanspruchungen (Einwirkungen) als auch die beanspruchten Teile (Widerstände). Das erforderliche Sicherheitsniveau wird für jede einzelne Basisgröße (Einwirkungen, Widerstände, geometrische Eigenschaften) über Teilsicherheitsbeiwerte definiert.

Für den Nachweis der Gebrauchstauglichkeit werden mit dem Teilsicherheitsbeiwert 1,0 die realen Verformungen ermittelt.

T1

T1 Teilsicherheitsbeiwerte γ_s der Einwirkungen

für die Berechnung der Bemessungswerte beim Nachweis der Tragsicherheit	ständige Einwirkungen G	$\gamma_G = 1,35$
	veränderliche Einwirkungen Q	$\gamma_Q = 1,50$

T2

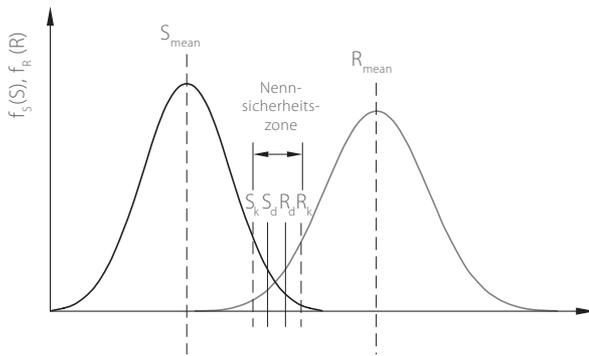
T2 Teilsicherheitsbeiwerte γ_R der Widerstandsgrößen

Teilsicherheitsbeiwerte γ für Baustoffe in den Grenzzuständen der Tragfähigkeit bei ständigen und veränderlichen Lasten	Stahl	$\gamma_{M, \text{Stahl}} = 1,10$
	Holz	$\gamma_{M, \text{Holz}} = 1,30$
	Beton	$\gamma_{M, \text{Beton}} = 1,50$
	Betonstahl	$\gamma_{M, \text{Betonstahl}} = 1,15$

Beanspruchung und Tragwiderstand

Die grundsätzliche Anforderung für den Nachweis der Tragfähigkeit und der Gebrauchstauglichkeit lautet: Die Beanspruchung S_d ist kleiner als der Tragwiderstand R_d . Mit Beanspruchung S sind alle im Tragwerk entstehenden Größen zusammengefasst, die durch die Bemessungswerte der Einwirkungen verursacht werden. Also zum Beispiel ein Moment M_d , eine Spannung σ_d oder eine Abscherkraft V_d an einer Schraube.

Der Index d bedeutet, dass es sich bei den Grenzwerten um Bemessungsgrößen handelt, das heißt, dass darin schon ein Sicherheitsbeiwert berücksichtigt ist. Der Tragwiderstand R fasst die Größen zusammen, welche die Grenzen der Widerstandsseite beschreiben. Also zum Beispiel eine Grenzspannung (Materialfestigkeit $f_{Rd} \rightarrow S. 156$), die das Material aufnehmen kann, oder eine Abscherkraft V_{Rd} , die eine Schraube aufnehmen kann.



Schematische Darstellung der Wahrscheinlichkeitsdichte der Beanspruchung $f_{S(s)}$ und der Beanspruchbarkeit $f_{R(r)}$

Nachweis der Tragfähigkeit

$$S_d = S_k \cdot \gamma_S \cdot \varphi$$

$$R_d = \frac{R_k}{\gamma_R \cdot \varphi}$$

$$S_d < R_d$$

Die grundsätzliche Anforderung für den Nachweis der Tragfähigkeit und der Gebrauchstauglichkeit lautet:
Die Beanspruchung S_d ist kleiner als die Beanspruchbarkeit R_d .

Charakteristische- und Bemessungswerte

Einwirkungen und Widerstandsgrößen ohne Sicherheitsbeiwerte werden als charakteristische Werte bezeichnet. Einwirkungen können der Norm für Lastannahmen entnommen werden (EN 1991 Eurocode 1). Diese Werte können während der Lebenszeit eines Bauwerks realistischerweise auftreten. Bei Eigenlasten von Baustoffen, die im Allgemeinen wenig streuen, sind es die Mittelwerte. Bei veränderlichen Einwir-

kungen wie Wind (\rightarrow S. 30) und Schnee (\rightarrow S. 29) sind es Werte, die im Lauf von 50 Jahren im statistischen Mittel einmal auftreten. Charakteristische Werte für Festigkeiten sind z.B. die Streckgrenze von Stahl oder die Bruchspannung von Holz unter Zugbelastung. Bemessungswerte von Einwirkungen werden aus den charakteristischen Werten der Einwirkungen durch Multiplikation mit den Teilsicherheitsbeiwerten γ und gegebenenfalls den

Kombinationsbeiwerten φ (hier nicht weiter erläutert) berechnet (\rightarrow S. 40). Bemessungswerte von Widerstandsgrößen werden im Allgemeinen aus den charakteristischen Werten geteilt durch den Teilsicherheitsbeiwert berechnet. Die Einwirkungen werden damit vergrößert. So erhält das Tragwerk die nötige Teilsicherheit auf der Einwirkungsseite. Der Widerstand des Tragwerks wird durch einen Teilsicherheitsbeiwert reduziert.

- S** Beanspruchung (engl. stress)
- S_{mean}** Mittelwert der Beanspruchung
- S_k** charakteristischer Wert der Beanspruchung
- S_d** Bemessungswert der Beanspruchung
- R** Tragwiderstand (engl. *resistance*)
- R_{mean}** Mittelwert des Widerstands
- R_k** charakteristischer Wert des Widerstands
- R_d** Bemessungswert des Widerstands
- γ_S** Teilsicherheitsbeiwert der Einwirkungen [-] →T1
- γ_R** Teilsicherheitsbeiwert der Widerstandsgrößen [-] →T2
- φ** Kombinationsbeiwert [-]
→ wird bei Vorbemessungen mit 1 angesetzt

Vorentwurf des Tragwerks



statisches System und Einwirkungen

Ablauf einer Vordimensionierung

Schritt 1:

Ausgehend von den Nutzungsanforderungen und den Intentionen des Gesamtentwurfs werden vorläufig festgelegt bzw. geschätzt:

- Art des Tragsystems inklusive Aussteifung
- Systemabmessungen
- Raster und Achsabstände der Haupttragglieder

- Spannweiten
- Querschnitte der Haupttragglieder
- Zusammenstellung der charakteristischen Einwirkungen abhängig von der Nutzung und den äußeren Randbedingungen
- Aufteilung des Gesamtsystems in einzelne Positionen
- Idealisierung der einzelnen Positionen in Form von statischen Systemen

- Ermittlung der systembezogenen charakteristischen Einwirkungen
- Definition der Lastfälle und der Lastkombinationen $\gamma_s = 1,0$

Auflagerreaktionen und Schnittgrößen

Ausgangswerte der Bemessung

**Bemessung/Nachweise**Tragfähigkeit $S_d < R_d$

Gebrauchstauglichkeit

Dauerhaftigkeit

**Beurteilung des Ergebnisses und gegebenenfalls
Änderung/Austausch des Systems**

Schritt 2:

- Ermittlung der charakteristischen Werte der Auflagerkräfte und der Schnittgrößen für jeden Lastfall getrennt (ohne Teilsicherheitsbeiwerte)
- Ermittlung der Bemessungswerte für jede Lastfallkombination (mit Teilsicherheitsbeiwerten und Kombinationsbeiwerten)

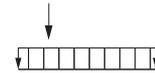
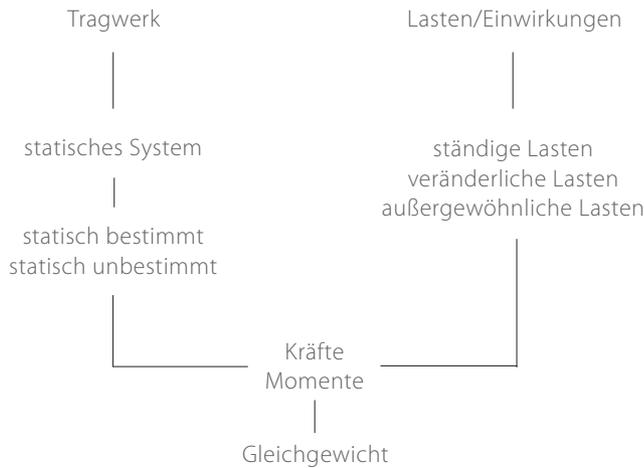
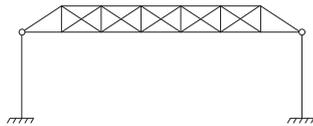
- Zusammenstellung der maximalen und minimalen Bemessungswerte, die für die Bemessung maßgebend sind
- Zusammenstellung der Beanspruchbarkeiten (z.B. Grenzspannungen für Biegung, Schub etc.)
- Ermittlung der erforderlichen Querschnitte unter dem Aspekt der Tragfähigkeit bzw. Nachweis der vorab geschätzten Querschnitte und ggf. Korrektur

- Kontrolle der Gebrauchstauglichkeit (im Wesentlichen der Durchbiegung) und ggf. Vergrößerung der Querschnitte
- Kontrolle der ermittelten Kräfte und Querschnitte auf Verträglichkeit mit dem Entwurf (Proportionen, Bauhöhen etc.)

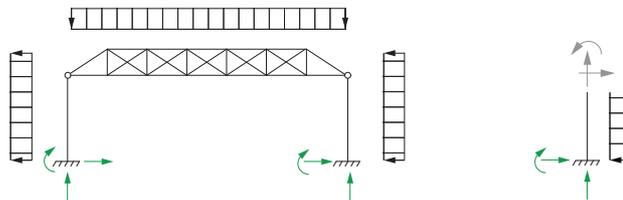
GRUNDLAGEN

- 18 Übersicht
- 19 Statisches System
- Kraft und Moment**
- 20 Kraft
- 21 Verteilung von Lasten
- 23 Addieren und Zerlegen von Kräften
- 25 Moment
- Einwirkungen**
- 26 Einwirkungen auf Bauwerke
- 27 Eigengewicht
- 28 Nutzlast
- 29 Schnee
- 30 Wind (Deutschland, Österreich)
- 32 Wind (Schweiz)
- 34 Beispiel: Lastermittlung Einfeldträger
- Gleichgewicht**
- 36 Gleichgewichtsbedingungen
- 37 Auflager
- 38 Beispiel: Auflagerreaktionen
- 41 Grad der statischen Bestimmtheit
- Schnittgrößen**
- 42 Innere Kräfte
- 43 Normalkraft
- 44 Querkraft
- 45 Biegemoment
- 46 Torsionsmoment
- 47 Belastung – Querkraft – Moment
- 48 Beispiel: Schnittgrößenverlauf
- 54 Superposition
- Spannungen und Bemessung**
- 56 Normalspannung
- 57 Dehnung, Elastizitätsmodul
- 58 Biegespannung
- 61 Querschnittswerte
- 63 Schubspannung
- 65 Beispiel: Bemessung

ÜBERSICHT



Ermittlung Lagerreaktionen — am Gesamtsystem — Gleichgewicht — am Teilsystem — Ermittlung Schnittgrößen



Tragwerk

Jedes Bauwerk übernimmt neben vielen anderen Funktionen auch die der Lastabtragung. Das Tragwerk als Bestandteil des Bauwerks erfüllt diese Funktion. Grundlage für die Dimensionierung eines Tragwerks ist dessen statisches System, ein abstrahiertes Modell, das die Realität möglichst genau abbildet

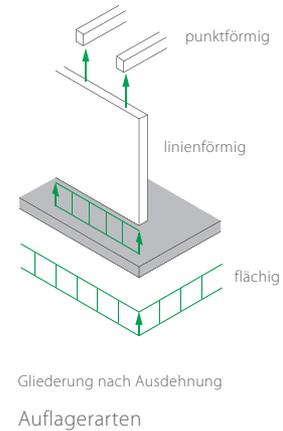
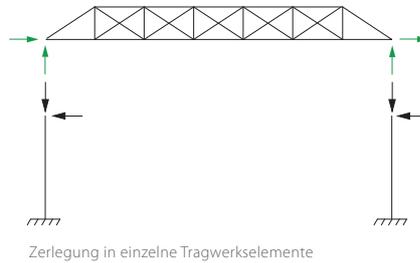
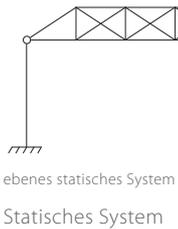
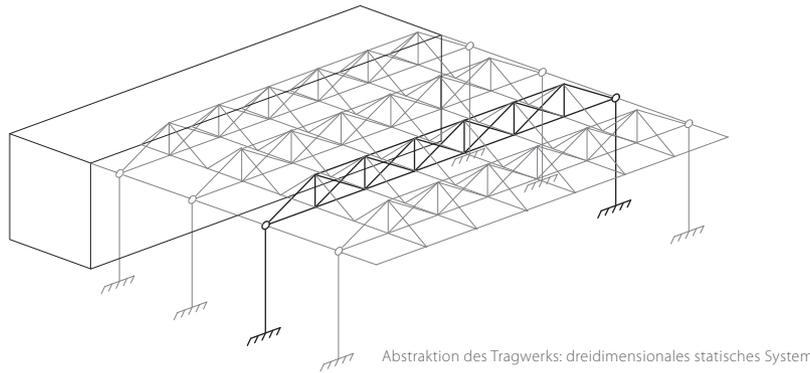
Lasten/Einwirkungen

Bauwerke sind zu jeder Zeit Einwirkungen und den daraus resultierenden Lasten ausgesetzt. Sie müssen in der Lage sein, z.B. der Windkraft, der Gewichtskraft des Schnees wie auch der Gewichtskraft ihrer einzelnen Bauteile standzuhalten. Abhängig von der Einwirkungsdauer werden Lasten in ständige Lasten, veränderliche Lasten und außergewöhnliche Lasten gegliedert (→S. 26).

Gleichgewicht

An das statische System greifen sowohl Lasten als auch Auflagerkräfte und -momente an. Damit keine Bewegungen oder Verdrehungen auftreten, müssen Lasten und Auflagerreaktionen im Gleichgewicht stehen. Über diese Bedingung lassen sich die Auflagerreaktionen errechnen sowie die Schnittgrößen für jeden Bauteilquerschnitt bestimmen (→S. 38, 42). Diese bilden die Grundlage für die Bemessung der Bauteile (→S. 65).

STATISCHES SYSTEM



Statisches System

Statische Systeme dienen der Analyse von Tragwerken sowie der genauen Ermittlung von Schnittgrößen und Verformungen. Sie bilden damit die Grundlage der Dimensionierung. Ein Tragwerk wird aus unterschiedlichsten Bauteilen, wie z.B. Wandscheiben, gebildet. Diese Bauteile werden als Tragwerkelemente bezeichnet (→S. 90). Es werden grundsätzlich lineare und flächige Tragwerkelemente unterschieden. Diese, dargestellt als Linien und Flächen, bilden

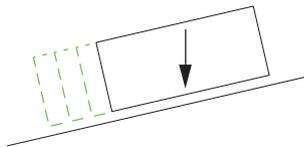
mit den Auflagern das statische System. Auflagern sind überall dort vorhanden, wo das Tragwerk auf dem Untergrund oder auf anderen Tragwerken lagert. An diesen Stellen können Kräfte (→S. 20) oder Momente (→S. 25) abgetragen werden. Ein statisches System ist prinzipiell dreidimensional, da ein Tragwerk in jeder Richtung stabil sein muss. Die Bemessung einzelner Tragwerkelemente lässt sich aber oft am ebenen statischen System durchführen.

Auflager

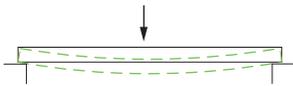
Auflager werden in mehrere Arten unterteilt. Entscheidend für die Einteilung in verschiebbliche, feste oder eingespannte Auflager ist, welche Kräfte bzw. Momente (Auflagerreaktionen) übertragen werden können (→S. 37). Neben dieser statischen Unterteilung werden Lager auch aufgrund ihrer räumlichen Ausdehnung in punktförmige, linienförmige und flächige Auflager unterschieden.

KRAFT

- F** Kraft
- m** Masse
- a** Beschleunigung
(wird meist mit dem Wert der Erdbeschleunigung angesetzt)
- G** Gewichtskraft als Einzellast
- g** Erdbeschleunigung ($\rightarrow \sim 10 \text{ m/s}^2$)



Bewegung durch Gewichtskraft



Verformung durch Krafteinleitung

Kraft

Kraft ist die Bezeichnung für eine gerichtete physikalische Größe. Der Begriff ermöglicht das Beschreiben von Vorgängen. Erkennbar wird eine Kraft durch ihre Wirkung, so kann sie die Geschwindigkeit oder Bewegungsrichtung eines Körpers verändern oder ihn deformieren. Die Kraft ist definiert als Produkt einer Masse m und deren Beschleunigung a .

Kraft (allgemein)

$$F = m \cdot a \quad [\text{kg}] \cdot \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] = [\text{N}]$$

Gewichtskraft

$$G = m \cdot g \quad [\text{kg}] \cdot \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] = [\text{N}]$$

Beispiel: Gewichtskraft eines Körpers mit der Masse $m = 100 \text{ kg}$, welcher der Erdbeschleunigung ausgesetzt ist

Gewichtskraft

$$G = m \cdot g \quad [\text{kg}] \cdot \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] = [\text{N}]$$

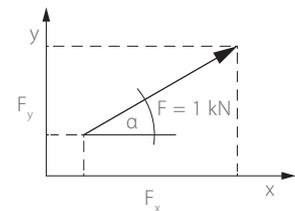
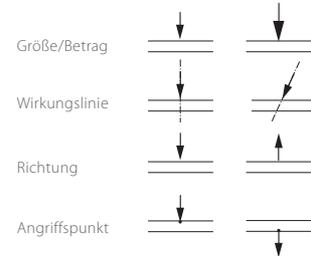
$$G = 100 \cdot 10 = 1.000 \quad [\text{N}]$$

$$G = 1,0 \quad [\text{kN}]$$

Gewichtskraft

Die auf jeden Körper wirkende Kraft ist seine Gewichtskraft, meist als Eigengewicht bezeichnet. Sie entsteht, da jeder massebehafete Körper der Erdbeschleunigung ausgesetzt ist und errechnet sich aus der Masse m des Körpers multipliziert mit der Erdbeschleunigung g , die vereinfacht mit 10 m/s^2 angenommen wird.

Unterscheidung von Kräften nach



Vektordarstellung

Kraftdarstellung

Kräfte werden als Vektoren dargestellt. Dies kann im kartesischen Koordinatensystem erfolgen. Kraftvektoren können in Anteile in Richtung der Koordinatenachsen zerlegt werden. Diese Anteile werden oft als horizontale und vertikale Komponenten bezeichnet.

VERTEILUNG VON LASTEN

Volumenlast (Wichte)

$$\gamma = \frac{m}{V} \cdot \frac{g}{1.000} \quad \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right] \cdot \frac{\left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]}{[-]} = \left[\frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \right]$$

Beispiel: Wichte eines m³ Stahlbeton mit einer Masse von 2.500 kg

$$\gamma = \frac{2.500}{1} \cdot \frac{10}{1.000} = 25 \quad \left[\frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \right]$$

Flächenlast

$$\bar{g} = \gamma \cdot d \quad \left[\frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \right] \cdot [\text{m}] = \left[\frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \right]$$

Beispiel: Flächenlast einer Stahlbetondecke (Dicke d = 20 cm, γ = 25 kN/m³)

$$\bar{g} = 25 \cdot 0,2 = 5 \quad \left[\frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \right]$$

Lasten/Einwirkungen

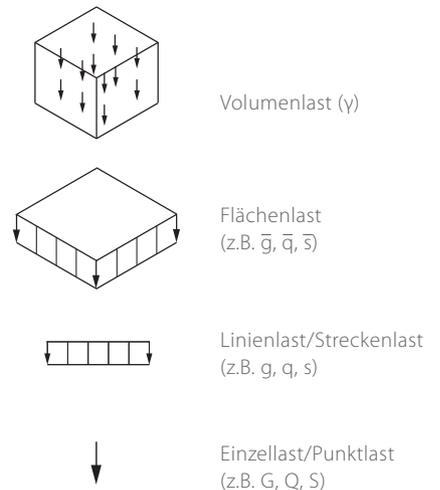
Kräfte, die auf Bauwerke einwirken, werden als Lasten bzw. Einwirkungen bezeichnet. Sie werden eingeteilt in:

- Volumenlasten [kN/m³]
- Flächenlasten [kN/m²]
- Linienlasten [kN/m]
- Einzellasten [kN]

Volumenlast/Wichte

Die Volumenlast entspricht der Gewichtskraft eines bestimmten Volumens. Eine spezielle Volumenlast ist die Wichte γ. Sie entspricht der Gewichtskraft eines m³ eines bestimmten Baustoffs. Die Wichte γ errechnet sich als Produkt der Masse eines Kubikmeters Baustoff und der Erdbeschleunigung, die Masse wiederum als Produkt von Volumen und Dichte.

- γ Wichte/Volumenlast, baustoffabhängig →T1
- V Volumen
- ḡ Flächenlast aus Eigengewicht
- d Dicke des Bauteils



Flächenlast

In bestimmten Anwendungsfällen ist es sinnvoll, eine Last pro Flächeneinheit anzugeben. Beispielsweise wird die Last eines Fußbodenaufbaus als Gewicht pro m² Fläche angeführt. Die Flächenlast, die auf einen m² wirkt, errechnet sich aus der Wichte des Baustoffs multipliziert mit dessen Schichtdicke. Desweiteren werden z.B. auch Windlasten als Flächenlast angegeben. In diesem Buch werden Flächenlasten mit einem Strich gekennzeichnet (z.B. ḡ).

22 KRAFT UND MOMENT

VERTEILUNG VON LASTEN

- g** Linienlast
- γ** Wichte, baustoffabhängig
→T1
→S. 21
- b** Breite des Bauteils
- h** Höhe des Bauteils
- G** Gewichtskraft, Einzellast
- V** Volumen des Bauteils

Linienlast

$$g = \gamma \cdot b \cdot h \quad \left[\frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \right] \cdot [\text{m}] \cdot [\text{m}] = \left[\frac{\text{kN}}{\text{m}} \right]$$

Beispiel: Linienlast einer Stahlbetonwand
(Dicke $d = 18 \text{ cm}$, $h = 3 \text{ m}$, $\gamma = 25 \text{ kN/m}^3$)

$$g = 25 \cdot 0,18 \cdot 3 = 13,5 \quad \left[\frac{\text{kN}}{\text{m}} \right]$$

Einzellast

$$G = \gamma \cdot V \quad \left[\frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \right] \cdot [\text{m}^3] = [\text{kN}]$$

Beispiel: Eigengewicht einer Stahlbetonstütze als Einzellast
(Querschnitt $20/30 \text{ cm}$, $h = 3 \text{ m}$, $\gamma = 25 \text{ kN/m}^3$)

$$G = 25 \cdot 0,2 \cdot 0,3 \cdot 3 = 4,5 \quad [\text{kN}]$$

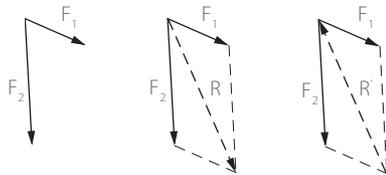
Linienlast/Streckenlast

Linienlasten werden als Kraft pro Längeneinheit angegeben. Diese Schreibweise ist meist bei der Betrachtung von linearen Bauteilen anzutreffen, so wird beispielsweise die Eigenlast von Wandscheiben und Trägern als Gewichtskraft pro Laufmeter (kN/m) angeführt. Es kann zwischen konstanten Linienlasten (Gleichstreckenlast) und veränderlichen Linienlasten (z.B. Dreieckslast, Trapezlast) unterschieden werden.

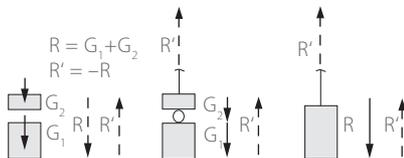
Einzellast/Punktlast

Punktförmige Lasten werden auch als Einzellasten bezeichnet. Sie treten z.B. in Form von Auflagerkräften von Trägern oder Belastungen durch Stützen auf. Die Kraft wird als in einem Punkt wirkend angenommen. Einzellasten werden mit Großbuchstaben bezeichnet:

- G: Einzellast infolge Eigengewicht
- Q: Einzellast infolge Nutzlast
- F: Kraft, allgemein



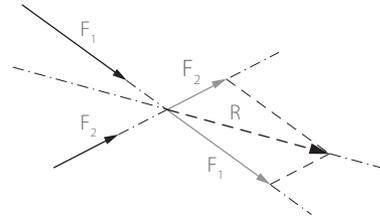
Die Resultierende R ersetzt Kräfte, die Reaktion R' hebt sie auf.



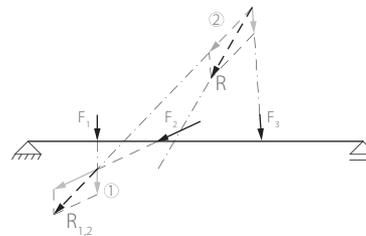
Die Beanspruchung im Seil (Reaktion R') ist unabhängig davon, ob einzelne Gewichte daran hängen oder ein Gewicht mit der Gewichtskraft ihrer Resultierenden.

Resultierende und Reaktion

Kräfte können durch Addition zu einer Resultierenden R zusammengefasst werden. Diese ersetzt die einzelnen Kräfte in ihrer Wirkung. Sie ergibt sich als Diagonale des Kräfteparallelogramms, das sich aus den einzelnen nacheinander gereihten Kräften bildet. Wird die Richtung der Resultierenden umgekehrt, bezeichnet man diese als Reaktion R' . Kräfte und deren Reaktion heben sich gegenseitig auf.



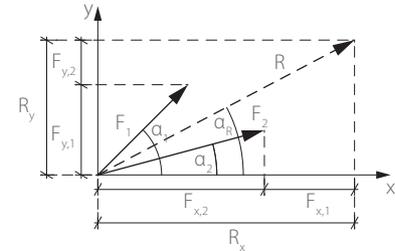
Die Diagonale des Kräfteparallelogramms stellt die Resultierende dar.



Die Resultierende mehrerer Kräfte wird schrittweise gebildet: ① Zwei Kräfte (F_1, F_2) werden durch eine Resultierende ersetzt, die zur Bildung der nächsten Resultierenden ② herangezogen wird.

Grafische Ermittlung der Resultierenden

Die Ermittlung der Resultierenden (\rightarrow S. 79) beginnt mit dem Verschieben der Kräfte in den Schnittpunkt ihrer Wirkungslinien. Anschließend wird jeweils die eine Kraft mit dem Schaftanfangspunkt an die Pfeilspitze der anderen Kraft gereiht. Die Diagonale des entstehenden Kräfteparallelogramms ist die Resultierende R der beiden Kräfte. Sie kann beliebig entlang ihrer Wirkungslinie verschoben werden.



Zerlegung der Kräfte in ihre Komponenten:

$$F_{x,i} = F_i \cdot \cos \alpha_i$$

$$F_{y,i} = F_i \cdot \sin \alpha_i$$

Addition der Kraftkomponenten

$$R_x = F_{x,1} + F_{x,2}$$

$$R_y = F_{y,1} + F_{y,2}$$

Betrag der Resultierenden

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

Winkel der Wirkungslinie

$$\alpha_R = \arctan (R_y/R_x)$$

Analytische Ermittlung der Resultierenden

Die Resultierende von Kräften lässt sich auch analytisch mittels Vektorrechnung ermitteln. Die Berechnung erfolgt in einem kartesischen Koordinatensystem, indem die x- und y-Kraftkomponenten aufsummiert werden. Der Betrag der Resultierenden errechnet sich aus den aufsummierten Kraftkomponenten über den Satz des Pythagoras, die Wirkungslinie über Winkelfunktionen.



Philippe Block, Christoph Gengnagel, Stefan Peters
Faustformel Tragwerksentwurf

Paperback, Klappenbroschur, 240 Seiten, 21,0 x 21,0 cm
ISBN: 978-3-421-03904-0

DVA Architektur

Erscheinungstermin: September 2013

Wissensvermittlung einfach und anschaulich

Das Buch bietet dem Architekten und Bauingenieur ein ideales Werkzeug für Studium und Praxis. Es erläutert anschaulich und komprimiert komplexe Zusammenhänge und befähigt den Nutzer, die wichtigsten Entwurfsparameter schnell und überschlägig zu ermitteln. Ziel ist es, die Aspekte von Strukturform, Lastabtragung, Material und Fügung von Anfang an in den Entwurf einfließen zu lassen. So wird das Tragwerk zum integrativen Bestandteil des Gesamtkonzepts.

- Autoren lehren an führenden Architekturfakultäten
- Überschlägige Rechnungen, Tabellen und übersichtliche Schaubilder
- Für Architekten und Bauingenieure sowie die Studenten dieser Fächer