HANSER

Leseprobe

Kurt Gieck, Reiner Gieck

Technische Formelsammlung

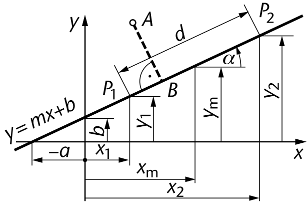
ISBN (Buch): 978-3-446-43808-8

Analytische Geometrie

Gerade, Dreieck

F1

Gerade



Funktion

f1 $y = mx + b$

Steigung

f2 $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \tan\alpha$ 1)

Achsenform für $a \neq 0; b \neq 0$

f3 $\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} - 1 = 0$

Steigung m_l des Lotes $\overline{AB}$

f4 $m_l = \dfrac{-1}{m}$

2-Punkte-Form aus 2 Punkten $P_1(x_1, y_1)$ und $P_2(x_2, y_2)$

f5 $\dfrac{y - y_1}{x - x_1} = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Punktrichtungs-Form aus Punkt $P_1(x_1, y_1)$ und Steigung m

f6 $y - y_1 = m(x - x_1)$

f7 **Entfernung zweier Punkte** $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ 1)

Mittelpunkt einer Strecke

f8 $x_m = \dfrac{x_1 + x_2}{2}$; $y_m = \dfrac{y_1 + y_2}{2}$

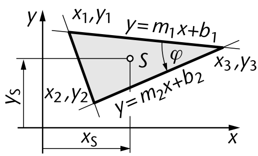
Schnittpunkt zweier Geraden (siehe Abb. Dreieck)

f9 $x_3 = \dfrac{b_2 - b_1}{m_1 - m_2}$; $y_3 = m_1 x_3 + b_1 = m_2 x_3 + b_2$

Schnittwinkel φ zweier Geraden

f10 $\tan\varphi = \dfrac{m_2 - m_1}{1 + m_2 \cdot m_1}$ 1) (siehe Abb. Dreieck)

Dreieck



Schwerpunkt S

f11 $x_S = \dfrac{x_1 + x_2 + x_3}{3}$

f12 $y_S = \dfrac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$

Flächeninhalt

f13 $A = \dfrac{(x_1 y_2 - x_2 y_1) + (x_2 y_3 - x_3 y_2) + (x_3 y_1 - x_1 y_3)}{2}$

1) *Voraussetzung*: x und y von gleicher Dimension und maßstabsgleich dargestellt (siehe auch h1).

Analytische Geometrie

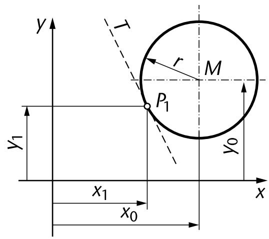
Kreis, Parabel

F2

Kreis

Kreis-Gleichung

Mittelpunkt im Ursprung	Mittelpunkt in anderen Lagen
f14 $x^2 + y^2 = r^2$	$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$



Grund-Gleichung

f15 $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$

Radius des Kreises

f16 $r = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 - c}$

Koordinaten des Mittelpunktes M

f17 $x_0 = -\frac{a}{2}; \qquad y_0 = -\frac{b}{2}$

Tangente T durch $P_1(x_1, y_1)$

f18 $$y = \frac{r^2 - (x - x_0)(x_1 - x_0)}{y_1 - y_0} + y_0$$

Parabel

Parabel-Gleichung (Umformung in diese Gleichungsform ermöglicht Entnahme von Scheitellage und Parameter p)

	Scheitel im Ursprung	Scheitel in anderen Lagen	Parabel-Öffnung
f19	$x^2 = 2py$	$(x - x_0)^2 = 2p(y - y_0)$	oben
f20	$x^2 = -2py$	$(x - x_0)^2 = -2p(y - y_0)$	unten

F: Brennpunkt
L: Leitlinie
S: Scheitel-Tangente

Grund-Gleichung

f21 $y = ax^2 + bx + c$

Scheitelradius

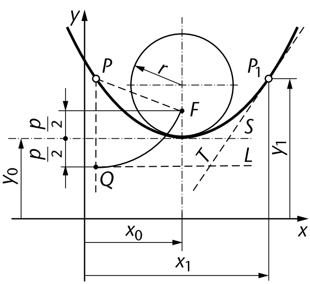
f22 $r = p$

Grundeigenschaft

f23 $\overline{PF} = \overline{PQ}$

Tangente T durch $P_1(x_1;\ y_1)$

f24 $$y = \frac{2(y_1 - y_0)(x - x_1)}{x_1 - x_0} + y_1$$



Hyperbel

Hyperbel-Gleichung

Asymptotenschnittpunkt im Ursprung	Asymptotenschnittpunkt in anderen Lagen
f25 $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} - 1 = 0$	$\dfrac{(x-x_0)^2}{a^2} - \dfrac{(y-y_0)^2}{b^2} - 1 = 0$

Grund-Gleichung

f26 $Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$

Grund-Eigenschaft

f27 $\overline{F_2P} - \overline{F_1P} = 2a$

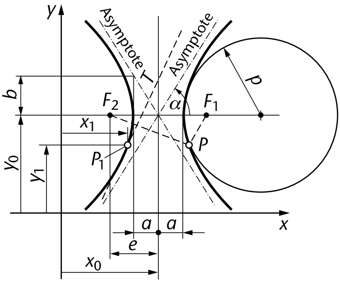
Brennpunkt-Abstand

f28 $e = \sqrt{a^2 + b^2}$ [1)]

Steigung der Asymptoten

f29 $\tan\alpha = m = \pm\dfrac{b}{a}$ [1)]

Scheitel-Radius $p = \dfrac{b^2}{a}$



f30 **Tangente** *T* durch $P_1(x_1, y_1)$ $y = \dfrac{b^2}{a^2} \cdot \dfrac{(x_1 - x_0)(x - x_1)}{y_1 - y_0} + y_1$

Gleichseitige Hyperbel

Erklärung: Bei gleichseitiger Hyperbel ist $a = b$, daher

Steigung der Asymptoten

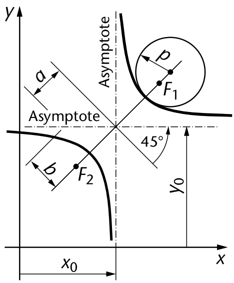
f31 $\tan\alpha$ [1)] $= m = \pm 1$ $(\alpha = 45^\circ)$

Gleichung (Wenn Asymptoten parallel zu x- und y-Achse)

Asymptotenschnittpunkt im Ursprung	Asymptotenschnittpunkt in anderen Lagen
f32 $x \cdot y = c^2$	$(x - x_0)(y - y_0) = c^2$

Scheitel-Radius

f33 $p = a$ (Parameter)



1) Voraussetzungen entsprechend Fußnote auf F1

Analytische Geometrie

Ellipse, Exponentialfunktion

Ellipse

Ellipsen-Gleichung

	Achsenschnittpunkt
im Ursprung	in anderen Lagen
$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0$	$\frac{(x - x_0)^2}{a^2} + \frac{(y - y_0)^2}{b^2} - 1 = 0$

f34

Scheitel-Radien

f35 $r_N = \frac{b^2}{a}; \qquad r_H = \frac{a^2}{b}$

Brennpunkt-Abstand

f36 $e = \sqrt{a^2 - b^2}$

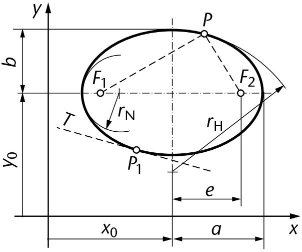
Grund-Eigenschaft

f37 $\overline{F_1P} + \overline{F_2P} = 2a$

Tangente T durch $P_1(x_1;\ y_1)$

f38 $y = -\frac{b_2}{a^2} \cdot \frac{(x_1 - x_0)(x - x_1)}{y_1 - y_0} + y_1$

Anmerkung: F_1 und F_2 sind Brennpunkte.



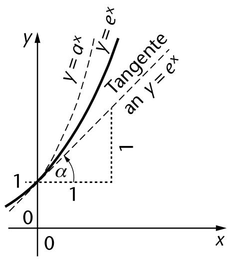
Exponential-Funktion

Grund-Gleichung

f39 $y = a^x$

Hierbei ist a eine positive Konstante $\neq 1$ und x eine Zahl.

Anmerkung: Sämtliche Exponentialkurven gehen durch den Punkt $x = 0$; $y = 1$.



Diejenige dieser Kurven, welche in diesem Punkt die Steigung 45° ($\tan \alpha$[1] $= 1$) hat, gibt abgeleitet dieselbe Kurve. Die Konstante a wird in diesem Falle e (Euler'sche Zahl) genannt und ist die Basis der natürlichen Logarithmen.

$$e = 2{,}718\,281\,828\,459\ \ldots$$

[1] Voraussetzungen entsprechend Fußnote auf F1