

Inhalt

1 Optimierungsaufgaben	1
1.1 Aufgabenstellung und Beispiele	1
1.2 Existenz von Lösungen	5
1.3 Konvexe Optimierungsaufgaben	7
1.4 Testfunktionen	10
1.5 Numerische Lösung nichtlinearer Optimierungsaufgaben	14
1.6 Software zur Lösung von Optimierungsproblemen	15
1.7 Mathematische Grundlagen	16
2 Ableitungsfreie Verfahren	21
2.1 Das Verfahren von Nelder und Mead	21
2.1.1 Grundlagen des Verfahrens	21
2.1.2 Das Verfahren	24
2.1.3 Abbruchkriterium	26
2.1.4 Numerische Resultate	26
2.2 Ein Mutations-Selektions-Verfahren	31
2.2.1 Beschreibung des Verfahrens	31
2.2.2 Numerische Resultate	31
2.3 Anwendungen	36
2.3.1 Nichtlineare Regression	36
2.3.2 Parameterschätzung bei Differentialgleichungen	39
2.3.3 Ein Problem aus der Hydrologie	42
2.3.4 Lagerhaltung	45
3 Unrestringierte Optimierungsprobleme: Theorie	49
3.1 Optimalitätsbedingungen	49
3.1.1 Notwendige Bedingungen erster Ordnung	49
3.1.2 Notwendige Bedingungen zweiter Ordnung	51
3.1.3 Hinreichende Bedingungen zweiter Ordnung	53
3.2 Konvexe Optimierungsaufgaben	55
3.3 Parameterabhängige Probleme	62
4 Unrestringierte Optimierungsprobleme: Verfahren	67
4.1 Grundlagen	67
4.2 Berechnung von Ableitungen	69
4.3 Das Newton-Verfahren	71
4.4 Konstruktion von Abstiegsverfahren	76
4.4.1 Effiziente Schrittweiten	76

4.4.2	Gradientenbezogene Suchrichtungen	79
4.4.3	Allgemeine Konvergenzsätze	82
4.5	Schrittweitenverfahren	86
4.5.1	Exakte Schrittweitenbestimmung	87
4.5.2	Schrittweitenverfahren von Armijo	89
4.5.3	Schrittweitenverfahren von Powell	93
4.5.4	Allgemeine Konvergenzresultate	97
4.6	Das Gradientenverfahren	97
4.6.1	Richtung des steilsten Abstiegs	97
4.6.2	Das Verfahren	98
4.6.3	Numerische Resultate	99
4.7	Das gedämpfte Newton-Verfahren	106
4.7.1	Das Verfahren	107
4.7.2	Richtung des steilsten Abstiegs	108
4.7.3	Konvergenz des Verfahrens	109
4.7.4	Modifikationen des Verfahrens	117
4.7.5	Numerische Resultate	117
4.8	Variable-Metrik- und Quasi-Newton-Verfahren	121
4.8.1	Allgemeine Form der Verfahren	121
4.8.2	Globale Konvergenz von Variable-Metrik-Verfahren	121
4.8.3	Quasi-Newton-Verfahren	123
4.8.4	Die BFGS-Updateformel	124
4.8.5	Das BFGS-Verfahren für quadratische Optimierungsprobleme	126
4.8.6	Das BFGS-Verfahren für nichtlineare Optimierungsprobleme	130
4.8.7	Numerische Resultate	131
4.9	Verfahren konjugierter Richtungen	135
4.9.1	CG-Verfahren für quadratische Optimierungsprobleme	135
4.9.2	CG-Verfahren für nichtlineare Optimierungsprobleme	138
4.9.3	Numerische Resultate	139
4.10	Trust-Region-Verfahren	142
4.10.1	Einführung	142
4.10.2	Ein Trust-Region-Newton-Verfahren	144
4.10.3	Das Trust-Region-Hilfsproblem	154
4.10.4	Numerische Resultate	155
4.11	Anwendungen	157
4.11.1	Nichtlineare Ausgleichsprobleme	157
4.11.2	Parameterschätzung bei Differentialgleichungen	160
4.11.3	Optimale Steuerung	164
5	Optimierungsprobleme mit linearen Restriktionen: Theorie	175
5.1	Grundlagen und Beispiele	175
5.1.1	Existenz und Eindeutigkeit von Lösungen	175
5.1.2	Quadratische Minimierungsprobleme	176
5.1.3	Beispiel: Lagerhaltung	176
5.2	Optimalitätsbedingungen erster Ordnung	179
5.3	Optimalitätsbedingungen zweiter Ordnung	184
5.3.1	Notwendige Bedingungen	184
5.3.2	Hinreichende Bedingungen	185

5.4	Lineare Gleichungsnebenbedingungen	189
5.4.1	Problemstellung und Beispiele	189
5.4.2	Optimalitätsbedingungen erster Ordnung	190
5.4.3	Optimalitätsbedingungen zweiter Ordnung	191
5.4.4	Nullraum-Matrizen	192
5.4.5	Quadratische Minimierungsprobleme	196
5.4.6	Parameterabhängige Probleme	197
5.4.7	Dynamische Optimierungsprobleme	202
5.5	Lineare Ungleichungsnebenbedingungen	207
5.5.1	Problemstellung und Beispiele	207
5.5.2	Notwendige Optimalitätsbedingungen	208
5.5.3	Hinreichende Optimalitätsbedingungen	215
5.5.4	Strikte Komplementarität	218
5.5.5	Parameterabhängige Probleme	218
5.5.6	Probleme mit Variablenbeschränkungen	223
6	Optimierungsprobleme mit linearen Restriktionen: Verfahren	225
6.1	Quadratische Probleme mit Gleichungsrestriktionen	225
6.2	Quadratische Probleme mit Ungleichungsrestriktionen	229
6.3	Nichtlineare Probleme mit Gleichungsrestriktionen	240
6.4	Nichtlineare Probleme mit Ungleichungsrestriktionen	246
6.4.1	Ein Newton-SQP-Verfahren für (PLU)	246
6.4.2	Variable-Metrik-Verfahren	252
7	Optimierungsprobleme mit nichtlinearen Restriktionen: Theorie	259
7.1	Grundlagen und Beispiele	259
7.2	Optimalitätsbedingungen erster Ordnung	261
7.3	Optimalitätsbedingungen zweiter Ordnung	281
7.4	Parameterabhängige Probleme	284
8	Optimierungsprobleme mit nichtlinearen Restriktionen: Verfahren	291
8.1	Das Lagrange-Newton-SQP-Verfahren	291
8.2	Sequentielle quadratische Minimierung	295
8.2.1	Berechnung der Suchrichtung	296
8.2.2	Berechnung der Schrittweite	301
8.2.3	Grundversion des SQP-Verfahrens	303
8.2.4	Globale Konvergenz im konvexen Fall	304
8.3	Anwendungen	305
8.3.1	Optimale Steuerung	305
8.3.2	Parameterschätzprobleme	307