

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	ix
Tabellenverzeichnis	xi
Einleitung	xiii
I Lineare Analysis	1
1 Normierte lineare Räume	3
1.1 Normierte Räume und Banachräume	3
1.2 Beispiele normierter Räume	5
1.3 Funktionenräume	10
1.4 Äquivalente Normen	16
1.5 Produkt- und Quotientenräume	18
1.6 Metrische lineare Räume	21
1.7 Aufgaben	22
2 Kompakte Mengen	29
2.1 Spezielle Mengen in normierten Räumen	29
2.2 Notwendige Bedingungen für Kompaktheit	31
2.3 Hinreichende Bedingungen für Kompaktheit	34
2.4 Eine Charakterisierung endlichdimensionaler Räume	38
2.5 Nichtkompaktheitsmaße	41
2.6 Aufgaben	43
3 Kompaktheitskriterien	49
3.1 Der Satz von Arzelà-Ascoli	49
3.2 Der Satz von Kolmogorov-Riesz	51
3.3 Weitere Kompaktheitskriterien	55
3.4 Äquivalente Nichtkompaktheitsmaße	57
3.5 Aufgaben	60

4	Beschränkte lineare Operatoren	65
4.1	Beschränkte lineare Operatoren	65
4.2	Beispiele beschränkter linearer Operatoren	68
4.3	Der Satz von der beschränkten Inversen	74
4.4	Neumannsche Reihe und Spektralradius	77
4.5	Konvergenz von Operatorfolgen	83
4.6	Projektionen	87
4.7	Aufgaben	88
5	Kompakte Operatoren	97
5.1	Kompakte lineare Operatoren	97
5.2	Beispiele kompakter Operatoren	98
5.3	Zur Umkehrung kompakter Operatoren	101
5.4	γ -beschränkte lineare Operatoren	102
5.5	Die wesentliche Norm eines linearen Operators	107
5.6	Aufgaben	110
6	Matrixoperatoren und Integraloperatoren	113
6.1	Matrixoperatoren	113
6.2	Integraloperatoren	122
6.3	Singuläre Integraloperatoren vom Fredholm-Typ	132
6.4	Singuläre Integraloperatoren vom Volterra-Typ	141
6.5	Aufgaben	145
7	Die Fredholm-Alternative	151
7.1	Die Fredholm-Alternative in \mathbb{R}^N	151
7.2	Der Auf- und Absteige-Index eines Operators	152
7.3	Charakteristische Werte und Eigenwerte	157
7.4	Fredholm-Operatoren	162
7.5	Aufgaben	173
8	Lösbarkeit linearer Gleichungen	177
8.1	Entartete Kernfunktionen	178
8.2	Iterierte Kernfunktionen vom Fredholm-Typ	180
8.3	Iterierte Kernfunktionen vom Volterra-Typ	184
8.4	Existenz- und Eindeutigkeitssätze	187
8.5	Zusammenhang mit Anfangswertproblemen	192
8.6	Zusammenhang mit Randwertproblemen	194
8.7	Aufgaben	198

II	Nichtlineare Analysis	201
9	Nichtlineare Operatoren	203
9.1	Beschränkte und stetige Operatoren	203
9.2	Nemytskij-Operatoren	205
9.3	Kompakte Operatoren	215
9.4	Hammerstein-Operatoren	217
9.5	Aufgaben	218
10	Der Banachsche Fixpunktsatz	221
10.1	Kontrahierende Operatoren	221
10.2	Anwendungen in endlichdimensionalen Räumen	227
10.3	Anwendungen in unendlichdimensionalen Räumen	229
10.4	Nichtexpansive Operatoren	232
10.5	Aufgaben	235
11	Der Brouwersche Fixpunktsatz	237
11.1	Fixpunkte skalarer Funktionen	237
11.2	Fixpunkte vektorieller Funktionen	239
11.3	Retraktionen und Zusammenziehungen	241
11.4	Ein Zusammenhang mit Eigenwertproblemen	247
11.5	Anwendungen des Brouwerschen Fixpunktsatzes	247
11.6	Weitere Äquivalenzen und Anwendungen	249
11.7	Aufgaben	251
12	Der Schaudersche Fixpunktsatz	255
12.1	Fixpunkte in unendlichdimensionalen Räumen	255
12.2	Schauder-Projektionen	258
12.3	Der Schaudersche Fixpunktsatz	259
12.4	Anwendungen des Schauderschen Fixpunktsatzes	261
12.5	Die Leray-Schauder-Alternative	264
12.6	Quasibeschränkte Operatoren	266
12.7	Aufgaben	268
13	Der Darbosche Fixpunktsatz	273
13.1	Kondensierende nichtlineare Operatoren	273
13.2	Der Darbosche Fixpunktsatz	278
13.3	Schwach kondensierende Operatoren	280
13.4	Ein Vergleich einiger Operatorenklassen	283
13.5	Nicht-kondensierende Abbildungen	285
13.6	Aufgaben	289

14 Lösbarkeit nichtlinearer Gleichungen	291
14.1 Wesentliche Operatoren	291
14.2 Der Borsuksche Fixpunktsatz	298
14.3 Anwendung auf Randwertprobleme	306
14.4 Aufgaben	310
A Anhang	313
A.1 Kriterien für endliche Dimension	313
A.2 Der Bairesche Kategoriensatz	314
A.3 Basen in Banachräumen	316
A.4 Der Weierstraßsche Approximationssatz	324
A.5 Die Fortsetzungssätze von Tietze-Uryson und Dugundji	328
A.6 Aufgaben	331
Literaturverzeichnis	335
Symbolverzeichnis	339
Index	341