

INHALT

1	EINLEITUNG	1
1.1	Vier Episoden	1
§ 1.	Ein Lexikonartikel und sein Leser	1
§ 2.	Rauchringe und Knotentafeln	4
§ 3.	Eine Matrix und ein Polynom	5
§ 4.	Eine überraschende Entdeckung	6
1.2	Themen einer Geschichte der Knotentheorie	6
§ 5.	Mathematisierung	7
§ 6.	Die Variation der Kontexte	8
§ 7.	Was ist ein Knoten? Epistemische Gegenstände und Techniken	10
§ 8.	Die Vielfalt der Knotentheorien	17
1.3	Die Perspektive: Eine Geschichte des mathematischen Handelns	20
§ 9.	Zum Begriff des mathematischen Handelns	20
§ 10.	Kausalität und Rationalität	21
§ 11.	Chronik und Narration	23
§ 12.	Mathematikgeschichte, allgemeine Geschichte und mathematische Forschung	25
1.4	Eine kurze Übersicht	26
§ 13.	Aufbau	26
§ 14.	Dokumentarische Basis	27
§ 15.	Weitere Literatur	28
	<i>Erster Teil: Mathematisierung</i>	29
2	DER PRAKTISCHE UMGANG MIT KNOTEN UND DIE ANFÄNGE DER <i>ANALYSIS SITUS</i>	31
2.1	Vor der Mathematisierung	31
§ 16.	Knoten in menschlichen Kulturen	32
§ 17.	Der Gordische Knoten	37
§ 18.	Die schriftliche Tradierung von Wissen über Knoten	39
2.2	Ein neuer Zweig am Baum der Mathematik: <i>Analysis situs</i> im Kontext der Aufklärung	44
§ 19.	Die Idee der <i>Analysis situs</i>	44
§ 20.	<i>Analysis situs</i> im Dienst der Textilmanufaktur: Alexandre Théophile Vandermonde	49

3	DER BEITRAG VON CARL FRIEDRICH GAUSS ZUR MATHEMATISIERUNG DER VERKETTUNGEN UND KNOTEN	55
3.1	Die <i>Geometria situs</i> in Gauß' wissenschaftlicher Laufbahn	56
§ 21.	Algebra und Astronomie	56
§ 22.	Kurven in der komplexen Ebene	57
§ 23.	Geodäsie und Differentialgeometrie	59
§ 24.	Elektromagnetismus	62
3.2	Verschlungene Kurven, ein Zopf und das Traktproblem	64
§ 25.	Der Zodiacus von Himmelskörpern	64
§ 26.	Ein Zopf	68
§ 27.	Das Verschlingungsintegral	72
§ 28.	Das Traktproblem	74
§ 29.	Zusammenfassung	78
3.3	Intellektuelle Hegemonie: Die Rezeption der Ideen von Gauß zur <i>Geometria situs</i>	80
§ 30.	Johann Benedikt Listing	80
§ 31.	Knoten in den <i>Vorstudien zur Topologie</i>	83
§ 32.	Ein neues Werkzeug: Riemanns Zusammenhangszahl	87
§ 33.	Der Stand der Mathematisierung des Knotenproblems in der Generation nach Gauß	91
4	ÄTHERWIRBEL, KNOTEN UND ATOME	94
4.1	Wirbelbewegung und Zusammenhangszahlen	94
§ 34.	Dynamische Physik und die Herausforderung des Atomismus	94
§ 35.	Wirbelbewegung	98
4.2	The Scottish Connection	102
§ 36.	Helmholtz findet einen Leser	102
§ 37.	Experimentelle Illustrationen und der Beginn einer Spekulation	104
4.3	Das Knotenproblem und der Aufbau der Materie	109
§ 38.	Maxwell formuliert das Klassifikationsproblem	109
§ 39.	Topologische Fragen der Hydrodynamik	115
§ 40.	Das Schicksal der Wirbelatomtheorie	122
5	EIN PERIODISCHES SYSTEM DER KNOTEN? PETER GUTHRIE TAIT UND DIE ERSTEN KNOTENTAFELN	125
5.1	Taits Popularisierungen der Wirbelatomtheorie	125
§ 41.	Rauchringe in Physikvorlesungen	125
§ 42.	Ein metaphysisches Manifest: „The Unseen Universe“	127
5.2	„On Knots“	130
§ 43.	Erste Vermutungen	130
§ 44.	Eine Strategie	134
§ 45.	Die Komplexität von Knoten	140
§ 46.	Listings „Vorstudien“ und die Twists	142
§ 47.	Graphische Formeln für Moleküle und Knoten	144
§ 48.	Ein unvollendetes Projekt	148

5.3	Die Tradition der Knotentabulation	149
§ 49.	Werbung für eine neue Disziplin	149
§ 50.	Die Aufzählung von Knotenprojektionen: Thomas P. Kirkman	151
§ 51.	Twists und 2-Übergänge: Charles N. Little	154
§ 52.	Amphichirale Knoten: Mary G. Haseman	157
§ 53.	Das Vermächtnis der Tabulatoren	158
6	SACKGASSEN UND NEUE WEGE: KNOTEN UND ZÖPFE IN DER MATHEMATIK DES AUSGEHENDEN 19. JAHRHUNDERTS	161
6.1	Die relative Natur des Knotenproblems: Felix Klein und Friedrich Zöllner	162
§ 54.	Topologie als Invariantentheorie	162
§ 55.	Absolute und relative topologische Eigenschaften	164
§ 56.	Knotenspiritismus	166
6.2	Sackgassen?	174
§ 57.	Knoten auf „Riemannschen Flächen“	174
§ 58.	Knoten als reelle algebraische Kurven	176
§ 59.	Experimentelle Topologie	177
§ 60.	Geometrische Beobachtungen	180
6.3	Zopfbewegungen und das Monodromieverhalten algebraischer Funktionen	183
§ 61.	Die Monodromie algebraischer Funktionen	184
§ 62.	Zöpfe und die Deformation Riemannscher Flächen	185
6.4	Zusammenfassung des ersten Teils	192
§ 63.	Kontexte der Mathematisierung	192
§ 64.	Die epistemischen Konfigurationen des 19. Jahrhunderts	193
§ 65.	Die Rationalität der Mathematisierung	195
	<i>Zweiter Teil: Knotentheorie in der mathematischen Moderne</i>	199
7	DER ANBRUCH DER MATHEMATISCHEN MODERNE UND DIE DISZIPLINÄRE SCHWELLE DER TOPOLOGIE	201
7.1	Das Problem der mathematischen Moderne	202
§ 66.	Differenzierung, Autonomie, Heteronomie	202
§ 67.	Ontologie, Axiomatik, Imagination	205
§ 68.	Konflikte um die Gestalt der mathematischen Moderne: Mehrtens' Thesen	209
7.2	Poincaré und die Geburt der Topologie als Disziplin	212
§ 69.	Der Status der Topologie und der Mannigfaltigkeitsbegriff	213
§ 70.	Neue Techniken: „Polyeder“, Fundamentalgruppe, Homologie	217
§ 71.	Die neue epistemische Konfiguration der Topologie	227
7.3	Ein modernes Manifest der Topologie	229
§ 72.	Der Enzyklopädie-Artikel von Dehn und Heegaard	229
§ 73.	Der moderne Ort der Knotentheorie	233

8	EIN ANDERER WEG IN DIE MATHEMATISCHE MODERNE: WILHELM WIRTINGER, POUL HEEGAARD UND HEINRICH TIETZE	236
8.1	Das erste Ergebnis der modernen Knotentheorie	237
	§ 74. Knoten in Wien	237
	§ 75. Die Unauflösbarkeit der Kleeblattschlinge	238
8.2	Verzweigungen algebraischer Funktionen zweier Variablen	240
	§ 76. Ein Forschungsprojekt	240
	§ 77. Riemannsche Räume und Knoten in Heegaards Dissertation	246
	§ 78. Die Monodromie von Verzweigungen und die Knotengruppe	252
	§ 79. Im Bann Felix Kleins: Die Rationalität des mathematischen Handelns Wilhelm Wirtingers	255
8.3	Offene Fragen: Knoten in Heinrich Tietzes Habilitationsschrift	258
	§ 80. Tietzes Ansatz	258
	§ 81. Tietzes Fragen	261
9	POINCARÉSCHE RÄUME, KNOTEN, GRUPPEN: MAX DEHN	266
9.1	„Über die Topologie des dreidimensionalen Raumes“	267
	§ 82. Auf den Spuren Poincarés	267
	§ 83. Eine neue Konstruktion	270
	§ 84. Das „Gruppenbild“ als epistemische Technik	274
	§ 85. Das „Lemma“ und ein knotentheoretischer Satz	278
9.2	„Die beiden Kleeblattschlingen“	281
	§ 86. Die Grundprobleme der kombinatorischen Gruppentheorie	281
	§ 87. Die Automorphismen der Gruppe der Kleeblattschlinge	284
	§ 88. Eine Zwischenbilanz	287
9.3	Im Zeitalter der Extreme: Zur Biographie Max Dehns	288
	§ 89. Zwischen den Kriegen	288
	§ 90. Black Mountain College	294
10	BERECHENBARE INVARIANTEN UND ELEMENTARE BEGRÜNDUNG: KURT REIDEMEISTER	297
10.1	Die ersten berechenbaren Knoteninvarianten	299
	§ 91. Von Hamburg nach Wien	299
	§ 92. Die „Gruppenkanone“	300
	§ 93. Wirtingers Objekt + Poincarés Technik = Reidemeisters Invarianten	304
	§ 94. „Elementare Begründung der Knotentheorie“	310
10.2	Ein Stützpunkt in Hamburg: Emil Artins Beiträge	314
	§ 95. Die Zopfgruppe und ihr Wortproblem	314
	§ 96. Verknotete Flächen im vierdimensionalen Raum	320
10.3	Kombinatorische Topologie und exaktes Denken: Die Modernität Reidemeisters	322
	§ 97. Reidemeister und der Wiener Kreis	322
	§ 98. Marburg und Göttingen	326

11	ÜBERLAGERUNGEN, HOMOLOGIE UND EIN KNOTENPOLYNOM: JAMES WADDELL ALEXANDER	330
11.1	Alexanders technische Perspektive	331
§ 99.	Anregungen aus der alten Welt	331
§ 100.	Dreidimensionale Mannigfaltigkeiten als verzweigte Überlagerungen der dreidimensionalen Sphäre	332
§ 101.	Wildnis und Wohlverhalten	336
11.2	Knoteninvarianten und die Verifikation der Tait'schen Tafeln	339
§ 102.	Torsionszahlen	339
§ 103.	Die Erfindung des ersten Knotenpolynoms	344
11.3	Alexanders Ort in der mathematischen Moderne	348
§ 104.	Topologie als Beruf	348
§ 105.	Alexander und Reidemeister: Ein kurzer Vergleich	352
12	EIN ERSTES PARADIGMA? KNOTENTHEORIE NACH 1930	355
12.1	Reidemeisters „Knotentheorie“	356
§ 106.	Neue Beiträge zu einer jungen Theorie	356
§ 107.	Die erste Monographie	363
§ 108.	Der Ausbau der Theorie	365
12.2	Die <i>méthode mixte</i>	367
§ 109.	Knoten und Flächen: Die Beiträge Herbert Seiferts	367
§ 110.	Die Topologie von Verkettungskomplementen	374
§ 111.	Ist das Knotenproblem algorithmisch lösbar?	377
12.3	Nationalsozialismus, Emigration, Krieg	382
§ 112.	Vertreibungen	382
§ 113.	Arrangements	383
§ 114.	Im Krieg	385
12.4	Zusammenfassung des zweiten Teils	386
§ 115.	Eine Theorie hat sich etabliert	386
§ 116.	Kontexte der Entstehung der modernen Knotentheorie	388
§ 117.	Epistemische Konfigurationen der mathematischen Moderne	389
§ 118.	Die Rationalität der modernen Theoriekonstruktion	393
§ 119.	Verflechtungen im mathematischen Handeln: Ein Schlußwort	394
	<i>Anhang</i>	397
A	TAITS TAFELN ALTERNIERENDER KNOTEN	398
B	VERZEICHNISSE	402
B 1	Chronik	402
B 2	Chronologische Bibliographie bis 1945	406
B 3	Weitere Literatur	414
	INDEX	434