

Inhaltsverzeichnis

| | |
|--|----|
| Inhaltsverzeichnis | V |
| Einleitung | IX |
| 1 Einführende Überlegungen | 1 |
| 1.1 Erste Aspekte | 3 |
| Was ist eine Differentialgleichung? | 3 |
| Welche Fragen stellen wir? | 4 |
| Mathematische Modellierung | 5 |
| 1.2 Richtungsfelder | 7 |
| EULER-Polygonzugverfahren | 8 |
| Historische Notizen zu EULER und CAUCHY | 10 |
| Maple Worksheets zu Kapitel 1 | 11 |
| 2 Elementare Integrationsmethoden | 19 |
| 2.1 Differentialgleichungen mit ‚getrennten Variablen‘ | 19 |
| 2.2 Differentialgleichungen vom Typ $y' = f\left(\frac{p_1x + q_1y + r_1}{p_2x + q_2y + r_2}\right)$ | 23 |
| 2.3 Lineare Differentialgleichungen 1. Ordnung | 26 |
| 2.4 BERNOULLI-Differentialgleichung | 28 |
| 2.5 RICCATI-Differentialgleichung | 29 |
| Zusammenhang mit homogener linearer DGL 2. Ordnung | 30 |
| Elementare Integration bei bekannter spezieller Lösung | 31 |
| 2.6 Exakte Differentialgleichungen | 33 |
| Multiplikatoren | 34 |
| 2.7 CLAIRAUT-Differentialgleichung | 36 |
| Historische Notizen zu BERNOULLI, CLAIRAUT und RICCATI | 41 |
| Maple Worksheets zu Kapitel 2 | 43 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 3 | Existenz- und Eindeutigkeitssatz | 67 |
| 3.1 | Einleitung | 67 |
| 3.2 | Fixpunktsatz für verallgemeinerte Kontraktionen | 70 |
| 3.3 | Existenz- und Eindeutigkeitssatz | 75 |
| | Differentialgleichungssystem 1. Ordnung | 78 |
| | Explizite Differentialgleichungen k -ter Ordnung | 79 |
| 3.4 | Fehlerabschätzungen und Abhängigkeitsüberlegungen | 80 |
| 3.5 | Lösungen ‚im Großen‘ | 82 |
| | Maximale Existenzintervalle | 84 |
| 3.6 | Qualitative Beschreibung autonomer Systeme | 86 |
| | Mathematisches Pendel | 90 |
| | Räuber-Beute-Modell | 93 |
| | Fluß zu einer gegebenen DGL | 97 |
| 3.7 | Modifikation des Hauptsatzes für Funktionen mit Werten im \mathbb{C}^k | 98 |
| | Historische Notizen zu BANACH | 99 |
| | Maple Worksheets zu Kapitel 3 | 101 |
| 4 | Lineare Differentialgleichungen und DGL-Systeme I | 123 |
| 4.1 | Existenz- und Eindeutigkeitssatz | 123 |
| 4.2 | Linear-algebraische Folgerungen | 124 |
| 4.3 | Homogene lineare Differentialgleichungssysteme | 125 |
| 4.4 | Homogene lineare DGLen höherer Ordnung | 129 |
| 4.5 | Transformation von Differentialgleichungssystemen | 130 |
| 4.6 | Inhomogene lineare Differentialgleichungen | 131 |
| | Inhomogene lineare DGL k -ter Ordnung | 131 |
| 4.7 | Reduktion der Ordnung | 133 |
| | Historische Notizen zu D’ALEMBERT | 136 |
| | Maple Worksheets zu Kapitel 4 | 137 |

| | | |
|----------|---|------------|
| 5 | Lineare Differentialgleichungen und DGL-Systeme II | 151 |
| 5.1 | Exponentialfunktion von Matrizen | 152 |
| 5.2 | Homogene lineare DGL-Systeme mit konstanten Koeffizienten | 155 |
| 5.3 | Zweidimensionale Systeme, Stabilität | 159 |
| 5.4 | Lineare DGL-Systeme mit konstanten Koeffizienten und speziellen Inhomogenitäten | 169 |
| 5.5 | Lineare DGLen höherer Ordnung mit konstanten Koeffizienten | 172 |
| 5.6 | Homogene lineare Differentialgleichungen mit periodischen Koeffizientenfunktionen | 175 |
| | Historische Notizen zu JORDAN | 182 |
| | Maple Worksheets zu Kapitel 5 | 183 |
| 6 | Nützliches — nicht nur für den Praktiker | 205 |
| 6.1 | Lösungen über Potenzreihenansatz | 205 |
| | HERMITE-Differentialgleichung | 207 |
| | LEGENDRE-Differentialgleichung | 208 |
| 6.2 | Schwach singuläre Punkte | 214 |
| | BESSEL-Differentialgleichung | 220 |
| 6.3 | LAPLACE-Transformation | 224 |
| | Anwendung auf Anfangswertaufgaben | 231 |
| | Unstetige Inhomogenitäten | 236 |
| | Zur inversen LAPLACE-Transformation | 238 |
| | Kleine Tabelle von LAPLACE-Transformierten | 240 |
| | Historische Notizen zu LAPLACE | 242 |
| | Maple Worksheets zu Kapitel 6 | 243 |
| 7 | Rand- und Eigenwertprobleme | 265 |
| 7.1 | Randwertaufgaben für lineare DGL-Systeme mit linearen Randbedingungen | 266 |
| | GREEN-Matrix | 269 |

| | | |
|----------|---|------------|
| 7.2 | Randwertprobleme für lineare DGLen k -ter Ordnung | 274 |
| 7.3 | Nicht-lineare Randwertaufgaben und Fixpunktprobleme | 282 |
| 7.4 | Selbstadjungierte Randwertaufgaben | 283 |
| 7.5 | Selbstadjungierte Randeigenwertaufgaben | 287 |
| | FOURIER-REIHEN | 292 |
| | Entwicklungssätze | 294 |
| 7.6 | STURM-LIOUVILLE-Randeigenwertaufgaben | 301 |
| | Historische Notizen zu FOURIER | 304 |
| | Maple Worksheets zu Kapitel 7 | 305 |
| 8 | Anhang über Matrixfunktionen | 325 |
| 8.1 | Matrixpolynome | 325 |
| | Spektraldarstellung von SYLVESTER-BUCHHEIM | 328 |
| 8.2 | Matrixfunktionen: Definition, Eigenschaften | 331 |
| 8.3 | Beispiele zur Berechnung von Matrixfunktionen | 339 |
| | Historische Notizen zu SYLVESTER | 345 |
| | Maple Worksheets zum Anhang über Matrixfunktionen | 347 |
| | Anhang zu Maple | 359 |
| | Symbolverzeichnis | 371 |
| | Namen- und Sachverzeichnis | 373 |
| | Index zu Maple | 381 |
| | Literaturverzeichnis | 385 |