

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	1
2. Begriffe und Notationen	3
2.1 Logische Formeln und Konnektoren	3
2.2 Grundkonzepte aus der Mengenlehre	6
2.2.1 Relationen	9
2.2.2 Funktionen	11
2.2.3 Isomorphie, Abzählbarkeit	13
2.3 Grundbegriffe aus der Algebra	17
2.4 Grundbegriffe aus der Graphentheorie	22
2.5 Grundbegriffe aus der Informatik	27
2.6 Probleme und Algorithmen	32
2.7 Zusammenfassung	33
3. Eine kurze Einführung in die Aussagenlogik	35
3.1 Syntax der Aussagenlogik	35
3.2 Semantik der Aussagenlogik	37
3.3 Wahrheitstabeln	40
3.4 SAT und TAUT	41
3.5 Äquivalenz von Formeln	42
3.6 Konjunktive und disjunktive Normalform	45
3.7 Zusammenfassung	48

Teil I. Formale Sprachen

4. Grammatiken und formale Sprachen	53
4.1 Grammatiken	53
4.2 Die Sprachklassen der Chomsky-Hierarchie	56
4.3 Automaten	60
4.4 Zusammenfassung	61

5. Reguläre Sprachen und endliche Automaten	63
5.1 Verschiedene Automatentypen	63
5.1.1 Endliche Automaten	63
5.1.2 Indeterminierte endliche Automaten	67
5.1.3 Automaten mit ε -Kanten	75
5.1.4 Endliche Automaten mit Ausgabe: gsm	77
5.2 Rationale Sprachen und \mathcal{L}_3	81
5.3 Abschlußeigenschaften von \mathcal{L}_3	82
5.4 Eine weitere Charakterisierung von \mathcal{L}_3 : über reguläre Ausdrücke	83
5.5 Eine weitere Charakterisierung von \mathcal{L}_3 : über die Kongruenz $\sim_{\mathbf{L}}$	87
5.6 Minimale Automaten	92
5.7 Das Pumping-Lemma für \mathcal{L}_3	102
5.8 Entscheidbare Probleme für \mathcal{L}_3	105
5.9 Zusammenfassung	106
6. Kontextfreie Sprachen	109
6.1 Darstellung von kontextfreien Ableitungen in Baumform	109
6.2 Umformung von Grammatiken	113
6.3 Chomsky- und Greibach-Normalform	121
6.4 Das Pumping-Lemma für \mathcal{L}_2	128
6.5 Abschlußeigenschaften von \mathcal{L}_2	132
6.6 Push-Down-Automaten (PDA)	133
6.7 Determiniert kontextfreie Sprachen (DCFL)	144
6.8 Probleme und Algorithmen zu cf-Sprachen	154
6.8.1 Das Wortproblem	154
6.8.2 Andere Probleme	159
6.9 Zusammenfassung	163
7. Turing-Maschinen	165
7.1 Determinierte Turing-Maschinen	166
7.2 TM-Flußdiagramme	169
7.3 Entscheidbarkeit, Akzeptierbarkeit, Aufzählbarkeit	172
7.4 Variationen von Turing-Maschinen	174
7.5 Universelle Turing-Maschinen	183
7.5.1 Gödelisierung	184
7.5.2 Eine konkrete universelle Turing-Maschine	186
7.6 Zusammenfassung	192
8. Die Sprachklassen \mathcal{L}, \mathcal{L}_0 und \mathcal{L}_1	195
8.1 \mathcal{L}_1 und beschränkte Grammatiken	195
8.2 Linear beschränkte Automaten und Turing-Maschinen	196
8.3 Entscheidbare Sprachen	202
8.4 \mathcal{L}_0 und \mathcal{L}	207

8.5 Typ-1-Sprachen sind abgeschlossen gegen Komplement 208
 8.6 Zusammenfassung 214

9. Abschlußeigenschaften von Sprachklassen 215
 9.1 Überblick 215
 9.2 Beweise der Abschlußeigenschaften 216
 9.3 Zusammenfassung 223

Teil II. Berechenbarkeit

10. Einleitung 227
 10.1 Immer mächtigere Automaten 227
 10.2 Die Churchsche These 228
 10.3 Was es außer Turing-Maschinen noch gibt 228
 10.4 Unentscheidbare Probleme 229
 10.5 Komplexitätstheorie 230
 10.6 Zusammenfassung 231

11. Registermaschinen 233
 11.1 Registermaschinen und LOOP-Programme 234
 11.2 WHILE-Programme 238
 11.3 GOTO-Programme 241
 11.4 GOTO-Programme und Turing-Maschinen 244
 11.5 LOOP-Programme und Turing-Maschinen 247
 11.6 Zusammenfassung 251

12. Rekursive Funktionen 253
 12.1 Primitiv rekursive Funktionen 254
 12.2 Arithmetische Funktionen, primitiv rekursiv ausgedrückt 255
 12.3 \varnothing und LOOP 262
 12.4 μ -rekursive Funktionen 271
 12.5 μ -rekursive Funktionen gleichmächtig wie
 Turing-Maschinen 274
 12.6 Übersicht über die verschiedenen Berechenbarkeitsbegriffe 286
 12.7 Eine weitere universelle Turing-Maschine,
 die auf Kleenes Theorem basiert 287
 12.8 Zusammenfassung 288

13. Unentscheidbare Probleme 291
 13.1 Entscheidbarkeit, Akzeptierbarkeit, Aufzählbarkeit 292
 13.2 Eine Liste unentscheidbarer TM-Probleme 294
 13.3 Das spezielle Halteproblem 297
 13.4 Unentscheidbarkeits-Beweise via Reduktion 298
 13.5 Der Satz von Rice 303

13.6 Unentscheidbarkeit und formale Sprachen	306
13.6.1 Semi-Thue-Systeme und Postsche Normalsysteme	307
13.6.2 Das PCP und unentscheidbare Probleme für \mathcal{L}_2	317
13.6.3 Entscheidbare und unentscheidbare Probleme für \mathcal{L}_2 . .	322
13.6.4 Eine weitere Anwendung der Unentscheidbarkeit von K_0	322
13.7 Zusammenfassung	324
14. Alternative Berechnungsmodelle	327
14.1 Ein-Register-Maschinen	327
14.2 Zwei-Register-Maschinen	332
14.3 Variationen über Zwei-Register-Maschinen	336
14.3.1 Turing-Maschinen mit eingeschränktem Alphabet	336
14.3.2 Ein System mit zwei Stapeln von leeren Blättern	337
14.3.3 Push-Down-Automaten mit Queue oder zwei Stapeln .	337
14.3.4 Ein Stein im \mathbf{N}^2	338
14.4 Wang-Maschinen	338
14.5 Tag-Systeme	342
14.6 Rödding-Netze	351
14.7 Eine extrem kleine universelle zweidimensionale Turing-Maschine	378
14.8 Reversible Rechnungen	387
14.8.1 Abstrakte Rechenmodelle	387
14.8.2 Asynchrone Automaten und Netze	392
14.8.3 Berechnungsuniverselle chemisch reversible Netze	399
14.8.4 Chemisch reversible Grammatiken	405
14.8.5 Physikalisch reversible Schaltwerke	411
14.8.6 Physikalisch reversible Turing-Maschinen	418
14.9 Splicing	420
14.9.1 H-Systeme	421
14.9.2 Test-tube-Systeme	430
14.10 Zusammenfassung	435
15. Komplexität	439
15.1 Abschätzung mit dem O-Kalkül	439
15.2 Aufwandberechnung und Turing-Maschinen	442
15.3 Abschätzung für determinierte und indetermierte Maschinen	446
15.4 NP-vollständige Probleme	450
15.5 Zusammenfassung	472
Bibliographische Hinweise	473
Literaturverzeichnis	475

Sachverzeichnis 481