

# Inhaltsverzeichnis

---

## Teil I. Nichtrelativistische Vielteilchen-Systeme

---

<b>1. Zweite Quantisierung</b> .....	3
1.1 Identische Teilchen, Mehrteilchenzustände und Permutationssymmetrie .....	3
1.1.1 Zustände und Observable von identischen Teilchen....	3
1.1.2 Beispiele .....	6
1.2 Vollkommen symmetrische und antisymmetrische Zustände ..	8
1.3 Bosonen .....	10
1.3.1 Zustände, Fock-Raum, Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren .....	10
1.3.2 Teilchenzahloperator .....	13
1.3.3 Allgemeine Einteilchen- und Mehrteilchenoperatoren .	14
1.4 Fermionen .....	17
1.4.1 Zustände, Fock-Raum und Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren .....	17
1.4.2 Ein- und Mehrteilchenoperatoren .....	20
1.5 Feldoperatoren .....	21
1.5.1 Transformationen zwischen verschiedenen Basissystemen	21
1.5.2 Feldoperatoren .....	21
1.5.3 Feldgleichungen .....	23
1.6 Impulsdarstellung .....	25
1.6.1 Impulseigenfunktionen, Hamilton-Operator .....	25
1.6.2 Fouriertransformation der Dichte .....	27
1.6.3 Berücksichtigung des Spins .....	28
Aufgaben .....	29
<b>2. Spin-1/2 Fermionen</b> .....	33
2.1 Nichtwechselwirkende Fermionen .....	33
2.1.1 Fermi-Kugel, Anregungen .....	33
2.1.2 Einteilchenkorrelationsfunktion .....	35
2.1.3 Paarverteilungsfunktion .....	36
*2.1.4 Paarverteilungsfunktion, Dichtekorrelationsfunktionen und Strukturfaktor .....	39

2.2	Grundzustandsenergie und elementare Theorie des Elektronengases . . . . .	41
2.2.1	Hamilton-Operator . . . . .	41
2.2.2	Grundzustandsenergie in Hartree-Fock-Näherung . . . . .	43
2.2.3	Änderung der elektronischen Energieniveaus durch die Coulomb-Wechselwirkung . . . . .	46
2.3	Hartree-Fock Gleichungen für Atome . . . . .	49
	Aufgaben . . . . .	52
<b>3.</b>	<b>Bosonen</b> . . . . .	55
3.1	Freie Bosonen . . . . .	55
3.1.1	Paarverteilungsfunktion für freie Bosonen . . . . .	55
*3.1.2	Zweiteilchenzustände von Bosonen . . . . .	57
3.2	Schwach wechselwirkendes, verdünntes Bose-Gas . . . . .	60
3.2.1	Quantenflüssigkeiten und Bose-Einstein-Kondensation . . . . .	60
3.2.2	Bogoliubov-Theorie des schwach wechselwirkenden Bose-Gases . . . . .	62
*3.2.3	Suprafluidität . . . . .	69
	Aufgaben . . . . .	72
<b>4.</b>	<b>Korrelationsfunktionen, Streuung und Response</b> . . . . .	75
4.1	Streuung und Response . . . . .	75
4.2	Dichtematrix, Korrelationsfunktionen . . . . .	82
4.3	Dynamische Suszeptibilität . . . . .	85
4.4	Dispersionsrelationen . . . . .	89
4.5	Spektraldarstellung . . . . .	90
4.6	Fluktuations-Dissipations-Theorem . . . . .	91
4.7	Anwendungsbeispiele . . . . .	92
*4.8	Symmetrieeigenschaften . . . . .	99
4.8.1	Allgemeine Symmetrieverhältnisse . . . . .	99
4.8.2	Symmetrieeigenschaften der Responsefunktion für hermitesche Operatoren . . . . .	102
4.9	Summenregeln . . . . .	106
4.9.1	Allgemeine Struktur von Summenregeln . . . . .	106
4.9.2	Anwendung auf die Anregungen in He II . . . . .	108
	Aufgaben . . . . .	109
	<b>Literatur zu Teil I</b> . . . . .	111

---

**Teil II. Relativistische Wellengleichungen**


---

<b>5. Aufstellung von relativistischen Wellengleichungen</b> . . . . .	115
5.1 Einleitung . . . . .	115
5.2 Klein-Gordon-Gleichung . . . . .	116
5.2.1 Aufstellung mittels des Korrespondenzprinzips . . . . .	116
5.2.2 Kontinuitätsgleichung . . . . .	119
5.2.3 Freie Lösungen der Klein-Gordon-Gleichung . . . . .	120
5.3 Dirac-Gleichung . . . . .	121
5.3.1 Aufstellung der Dirac-Gleichung . . . . .	121
5.3.2 Kontinuitätsgleichung . . . . .	122
5.3.3 Eigenschaften der Dirac-Matrizen . . . . .	123
5.3.4 Die Dirac-Gleichung in kovarianter Form . . . . .	124
5.3.5 Nichtrelativistischer Grenzfall und Kopplung an das elektromagnetische Feld . . . . .	125
Aufgaben . . . . .	131
<b>6. Lorentz-Transformationen und Kovarianz der Dirac-Gleichung</b> . . . . .	133
6.1 Lorentz-Transformationen . . . . .	133
6.2 Lorentz-Kovarianz der Dirac-Gleichung . . . . .	137
6.2.1 Die Lorentz-Kovarianz und Transformation von Spinoren . . . . .	137
6.2.2 Bestimmung der Darstellung $S(A)$ . . . . .	138
6.2.3 Weitere Eigenschaften der $S$ . . . . .	144
6.2.4 Transformation von Bilinearformen . . . . .	146
6.2.5 Eigenschaften der $\gamma$ -Matrizen . . . . .	147
6.3 Lösungen der Dirac-Gleichung für freie Teilchen . . . . .	148
6.3.1 Spinoren mit endlichem Impuls . . . . .	148
6.3.2 Orthogonalitätsrelationen und Dichte . . . . .	151
6.3.3 Projektionsoperatoren . . . . .	153
Aufgaben . . . . .	154
<b>7. Drehimpuls – Bahndrehimpuls und Spin</b> . . . . .	157
7.1 Passive und aktive Transformationen . . . . .	157
7.2 Drehungen und Drehimpuls . . . . .	158
Aufgaben . . . . .	161
<b>8. Bewegung im Coulomb-Potential</b> . . . . .	163
8.1 Klein-Gordon-Gleichung mit elektromagnetischem Feld . . . . .	163
8.1.1 Ankopplung an das elektromagnetische Feld . . . . .	163
8.1.2 Klein-Gordon-Gleichung im Coulomb-Feld . . . . .	164
8.2 Dirac-Gleichung für das Coulomb-Potential . . . . .	170
Aufgaben . . . . .	182

<b>9. Foldy-Wouthuysen-Transformation und Relativistische Korrekturen</b> .....	183
9.1 Die Foldy-Wouthuysen-Transformation .....	183
9.1.1 Problemstellung .....	183
9.1.2 Transformation für freie Teilchen .....	184
9.1.3 Wechselwirkung mit elektromagnetischem Feld .....	185
9.2 Relativistische Korrekturen und Lamb-Verschiebung .....	190
9.2.1 Relativistische Korrekturen .....	190
9.2.2 Abschätzung der Lamb-Verschiebung .....	191
Aufgaben .....	196
<b>10. Physikalische Interpretation der Lösungen der Dirac-Gleichung</b> .....	197
10.1 Wellenpakete und Zitterbewegung .....	197
10.1.1 Superposition von Zuständen positiver Energie .....	198
10.1.2 Allgemeines Wellenpaket .....	199
*10.1.3 Allgemeine Lösung der freien Dirac-Gleichung im Heisenberg-Bild .....	203
*10.1.4 Klein-Paradoxon, Potentialschwelle .....	204
10.2 Löcher-Theorie .....	207
Aufgaben .....	210
<b>11. Symmetrien und weitere Eigenschaften der Dirac-Gleichung</b> .....	211
*11.1 Aktive und passive Transformationen, Transformation von Vektoren .....	211
11.2 Invarianz und Erhaltungssätze .....	214
11.2.1 Allgemeine Transformation .....	214
11.2.2 Drehungen .....	215
11.2.3 Translationen .....	215
11.2.4 Raumspiegelung (Paritätstransformation) .....	216
11.3 Ladungskonjugation .....	216
11.4 Zeitumkehr (Bewegungsumkehr) .....	220
11.4.1 Bewegungsumkehr in der klassischen Physik .....	220
11.4.2 Zeitumkehr in der Quantenmechanik .....	224
11.4.3 Zeitumkehrinvarianz der Dirac-Gleichung .....	232
*11.4.4 Racah-Zeitspiegelung .....	238
*11.5 Helizität .....	240
*11.6 Fermionen mit Masse Null (Neutrinos) .....	242
Aufgaben .....	247
<b>Literatur zu Teil II</b> .....	249

---

**Teil III. Relativistische Felder**

---

<b>12. Quantisierung von relativistischen Feldern</b> . . . . .	253
12.1 Gekoppelte Oszillatoren, lineare Kette, Gitterschwingungen . .	253
12.1.1 Lineare Kette von gekoppelten Oszillatoren . . . . .	253
12.1.2 Kontinuumsrenzfall, schwingende Saite . . . . .	259
12.1.3 Verallgemeinerung auf drei Dimensionen, Zusammenhang mit dem Klein–Gordon–Feld . . . . .	262
12.2 Klassische Feldtheorie . . . . .	265
12.2.1 Lagrange–Funktion und Euler–Lagrange Bewegungsgleichungen . . . . .	265
12.3 Kanonische Quantisierung . . . . .	270
12.4 Symmetrien und Erhaltungssätze, Noether Theorem . . . . .	271
12.4.1 Energie–Impuls–Tensor, Kontinuitätsgleichungen und Erhaltungssätze . . . . .	271
12.4.2 Herleitung der Erhaltungssätze für Viererimpuls, Drehimpuls und Ladung aus dem Noetherschen Theorem . . . . .	273
Aufgaben . . . . .	280
<b>13. Freie Felder</b> . . . . .	281
13.1 Das reelle Klein–Gordon–Feld . . . . .	281
13.1.1 Lagrange–Dichte, Vertauschungsrelationen, Hamilton–Operator . . . . .	281
13.1.2 Propagatoren . . . . .	285
13.2 Das komplexe Klein–Gordon–Feld . . . . .	289
13.3 Quantisierung des Dirac–Feldes . . . . .	292
13.3.1 Feldgleichungen . . . . .	292
13.3.2 Erhaltungsgrößen . . . . .	293
13.3.3 Quantisierung . . . . .	294
13.3.4 Ladung . . . . .	298
*13.3.5 Grenzfall unendlichen Volumens . . . . .	299
13.4 Spin–Statistik–Theorem . . . . .	300
13.4.1 Propagatoren und Spin–Statistik–Theorem . . . . .	300
13.4.2 Ergänzungen zum Antikommutator und Propagator des Dirac–Feldes . . . . .	306
Aufgaben . . . . .	307
<b>14. Quantisierung des Strahlungsfeldes</b> . . . . .	311
14.1 Klassische Elektrodynamik . . . . .	311
14.1.1 Maxwell–Gleichungen . . . . .	311
14.1.2 Eichtransformationen . . . . .	313
14.2 Coulomb–Eichung . . . . .	313
14.3 Lagrange–Dichte für das elektromagnetische Feld . . . . .	315

14.4	Freies elektromagnetisches Feld und dessen Quantisierung . . .	316
14.5	Berechnung des Photon-Propagators . . . . .	320
	Aufgaben . . . . .	324
<b>15.</b>	<b>Wechselwirkende Felder, Quantenelektrodynamik . . . . .</b>	<b>325</b>
15.1	Lagrange-Funktionen, wechselwirkende Felder . . . . .	325
15.1.1	Nichtlineare Lagrange-Funktionen . . . . .	325
15.1.2	Fermionen in einem äußeren Feld . . . . .	326
15.1.3	Wechselwirkung von Elektronen mit dem Strahlungsfeld: Quantenelektrodynamik (QED) . . . . .	327
15.2	Wechselwirkungsdarstellung, Störungstheorie . . . . .	328
15.2.1	Wechselwirkungsdarstellung (auch Dirac-Darstellung) .	328
15.2.2	Störungstheorie . . . . .	331
15.3	$S$ -Matrix . . . . .	333
15.3.1	Allgemeine Formulierung . . . . .	333
15.3.2	Einfache Übergänge . . . . .	337
*15.4	Wicksches Theorem . . . . .	340
15.5	Einfache Streuprozesse, Feynman-Diagramme . . . . .	344
15.5.1	Der Term erster Ordnung . . . . .	345
15.5.2	Mott-Streuung . . . . .	346
15.5.3	Prozesse zweiter Ordnung . . . . .	352
15.5.4	Feynman-Regeln der Quantenelektrodynamik . . . . .	361
*15.6	Strahlungskorrekturen . . . . .	364
15.6.1	Selbstenergie des Elektrons . . . . .	364
15.6.2	Selbstenergie des Photons, Vakuumpolarisation . . . . .	370
15.6.3	Vertexkorrekturen . . . . .	372
15.6.4	Ward-Identität und Ladungsrenormierung . . . . .	373
15.6.5	Anomales magnetisches Moment des Elektrons . . . . .	376
	Aufgaben . . . . .	379
	<b>Literatur zu Teil III . . . . .</b>	<b>381</b>
	<b>Anhang . . . . .</b>	<b>383</b>
A	Alternative Herleitung der Dirac-Gleichung . . . . .	383
B	Formeln . . . . .	385
B.1	Standarddarstellung . . . . .	385
B.2	Chirale Darstellung . . . . .	385
B.3	Majorana-Darstellungen . . . . .	386
C	Projektionsoperatoren für den Spin . . . . .	386
C.1	Definition . . . . .	386
C.2	Ruhsystem . . . . .	386
C.3	Bedeutung des Projektionsoperators $P(n)$ im allge- meinen . . . . .	387
D	Wegintegraldarstellung der Quantenmechanik . . . . .	391

E	Kovariante Quantisierung des elektromagnetischen Feldes, Gupta–Bleuler–Methode . . . . .	393
E.1	Quantisierung und Feynman-Propagator . . . . .	393
E.2	Die physikalische Bedeutung von longitudinalen und skalaren Photonen . . . . .	395
E.3	Der Feynman-Photonen-Propagator . . . . .	398
E.4	Erhaltungsgrößen . . . . .	400
F	Die Ankopplung von geladenen skalaren Mesonen an das elektromagnetische Feld . . . . .	400
	<b>Sachverzeichnis . . . . .</b>	<b>403</b>