

Inhaltsverzeichnis

Preface	vii
Zur Entstehung dieses Buches	xi
Einleitung: Vom Begriff der Funktion	1
1 Stereographische Projektion und die linearen Substitutionen	3
1.1 Einführung der komplexen Zahlen	3
1.1.1 Geometrische Interpretation der komplexen Zahlen und der Grundrechnungsarten nach Gauß	4
1.1.2 Die Methode der stereographischen Projektion	7
1.2 Die Transformation durch reziproke Radien	11
1.3 Gruppencharakter der linearen Substitution	15
1.4 Die linearen gebrochenen Substitutionen und die Kreisverwandtschaft	18
1.5 Winkeltreue der stereographischen Projektion	26
1.6 Kinematische Deutung der linearen ganzen Substitution	30
1.6.1 Die elliptische Substitution	31
1.6.2 Die hyperbolische Substitution	32
1.6.3 Die allgemeine ganze lineare Substitution	32
1.6.4 Der parabolische Fall	35
1.7 Die kinematische Deutung der linearen gebrochenen Substitution .	35
1.8 Grundlagen der Lie-Theorie	41
1.9 Invarianz des Doppelverhältnisses	45
1.10 Ein Übungsblatt zur Vorlesung	48
2 Begriff der analytischen Funktion	53
2.1 Bedingungen der Konformität einer Abbildung	53
2.2 Begriffe der analytischen Funktion	59
2.2.1 Einfache Beispiele: Polynome und rationale Funktionen . .	60
2.2.2 Der allgemeine Begriff	62
2.3 Rationale Funktionen als konforme Abbildungen	69

2.4	Cauchy-Riemannsche Differentialgleichungen und Strömungstheorie	84
2.4.1	Inkompressibilität der Strömung	85
2.4.2	Wirbelfreiheit der Strömung	89
2.4.3	Strömungskurven	94
2.5	Formale Erzeugungsprinzipien analytischer Funktionen	106
2.6	Exponentialfunktion und Logarithmus	109
2.7	Die trigonometrischen Funktionen und ihre Umkehrungen	122
2.8	Die allgemeine Potenz z^α	129
2.9	Historische Bemerkungen	135
3	Der Cauchysche Integralsatz	139
3.1	Vom Begriff der Kurve oder des Weges	139
3.2	Begriff des Kurvenintegrals	145
3.3	Erster Beweis des Cauchyschen Integralsatzes	151
3.4	Anwendung des Cauchyschen Integralsatzes	168
3.5	Zweiter Beweis des Cauchyschen Integralsatzes	172
4	Theorie der eindeutigen analytischen Funktionen	179
4.1	Die Cauchysche Integralformel	179
4.2	Die Potenzentwicklung einer regulär analytischen Funktion	180
4.3	Die Potenzreihen im komplexen Gebiet	187
4.3.1	Formale Erzeugungsprinzipien analytischer Funktionen	195
4.4	Weitere unmittelbare Anwendungen der Cauchyschen Integrationsformel	201
4.5	Isolierte Singularitäten analytischer Funktionen	203
4.5.1	Hebbare Singularitäten	204
4.5.2	Polstellen	205
4.5.3	Wesentliche Singularitäten	207
4.5.4	Laurentreihen	208
4.6	Die Funktionen, die die einfachsten Singularitäten besitzen	212
4.7	Anwendungen des Cauchyschen Residuensatzes	216
5	Mehrdeutige analytische Funktionen	231
5.1	Die Riemannsche Fläche	231
5.2	Funktionentheorie auf der Riemannschen Fläche	240
5.3	Der Weierstraßsche Begriff der analytischen Fortsetzung	251
	Literatur	264