
Inhaltsverzeichnis

Teil I Zahlen – Zahlenmengen

1	Natürliche Zahlen	3
1.1	Grundeigenschaften natürlicher Zahlen	3
1.2	Das Prinzip der vollständigen Induktion.	4
1.3	Übungen	6
2	Reelle Zahlen	7
2.1	Eigenschaften der reellen Zahlen	8
2.2	Übungen	12
3	Mengen und Zahlenmengen	15
3.1	Beziehungen zwischen und Operationen mit Mengen	16
3.2	Beschränkte Zahlenmengen – Supremum, Infimum	18
3.3	Übungen	20
4	Kombinatorik	23
4.1	Permutationen	23
4.2	Kombinationen	25
4.3	Binomialkoeffizienten	26
4.4	Übungen	28

Teil II Zahlenfolgen – Konvergenz – Vollständigkeit

5	Definition von Zahlenfolgen	31
5.1	Bedeutung von Zahlenfolgen	31
5.2	Graphische Darstellung von Folgen (a_n)	33
5.3	Eigenschaften von Zahlenfolgen	34
5.4	Teilfolgen	36
5.5	Übungen	37

VIII Inhaltsverzeichnis

6	Konvergente Folgen	39
6.1	Eigenschaften konvergenter Folgen	41
6.2	Übungen	43
7	Rechnen mit konvergenten Folgen	45
7.1	Übungen	48
8	Divergente Folgen	51
8.1	Übungen	52
9	Cauchyfolgen und Vollständigkeitsaxiom	55
9.1	Übungen	58
10	Häufungspunkte von Folgen	61
10.1	Übungen	65
11	Zur Vollständigkeit der reellen Zahlen	69
11.1	Übungen	71

Teil III Funktionen

12	Der Funktionsbegriff	77
12.1	Darstellung von Funktionen	78
12.2	Eigenschaften von Funktionen	79
12.3	Operationen mit Funktionen	80
12.4	Übungen	80
13	Elementare Funktionen	85
13.1	Polynome	85
13.2	Rationale Funktionen	86
13.3	Trigonometrische Funktionen	86
13.4	Algebraische Funktionen	90
13.5	Übungen	91
14	Grenzwerte von Funktionen	93
14.1	Grenzwerte im „Unendlichen“	93
14.2	Grenzwerte im „Endlichen“	96
14.3	Exponentialfunktionen	99
14.4	Übungen	102
15	Stetige Funktionen	107
15.1	Übungen	109

16	Stetige Funktionen auf Intervallen	111
16.1	Existenz von Maximum und Minimum	111
16.2	Der Zwischenwertsatz	113
16.3	Approximation durch Polynome	115
16.4	Übungen	116
17	Zusammengesetzte Funktionen	119
17.1	Übungen	121
18	Umkehrfunktionen	123
18.1	Berechnung der Umkehrfunktion f^{-1}	124
18.2	Graph der Umkehrfunktion f^{-1}	125
18.3	Arcusfunktionen:	126
18.4	Logarithmusfunktionen:	127
18.5	Übungen	128

Teil IV Differentialrechnung

19	Die Ableitung	133
19.1	Übungen	136
20	Erste Ableitungsregeln	139
20.1	Übungen	141
21	Ableitung von zusammengesetzten Funktionen und Umkehrfunktionen	143
21.1	Übungen	146
22	Ableitung der elementaren Funktionen	149
22.1	Ableitung von Polynomen und rationalen Funktionen	149
22.2	Ableitung der trigonometrischen Funktionen	149
22.3	Ableitung der Arcusfunktionen	150
22.4	Ableitung der Exponentialfunktionen	151
22.5	Ableitung der Logarithmusfunktionen	153
22.6	Ableitung der Potenzfunktionen	153
22.7	Übungen	153
23	Differenzierbare Funktionen auf Intervallen	157
23.1	Übungen	159
24	Taylorpolynome und Satz von Taylor	163
24.1	Höhere Ableitungen	163
24.2	Taylorpolynome – Satz von Taylor	164
24.3	Übungen	168

X Inhaltsverzeichnis

25	Die Regel von Bernoulli - L'Hospital	171
25.1	Übungen	173
26	Absolute und relative Extremstellen von Funktionen	175
26.1	Übungen	179
27	Konvexe und konkave Funktionen	183
27.1	Übungen	188

Teil V Integralrechnung

28	Bestimmtes Integral - unbestimmtes Integral	191
28.1	Unbestimmtes Integral	193
28.2	Bestimmtes Integral	195
28.3	Übungen	203
29	Partielle Integration - Integration durch Substitution	207
29.1	Partielle Integration:	207
29.2	Integration durch Substitution:	208
29.3	Übungen	211
30	Integration rationaler Funktionen	217
30.1	Partialbruchzerlegung	217
30.2	Integration der Partialbrüche	219
30.3	Übungen	222

Teil VI Theorie der Reihen

31	Konvergente Reihen	225
31.1	Absolute und bedingte Konvergenz	229
31.2	Übungen	230
32	Konvergenzkriterien für Reihen	233
32.1	Übungen	237
33	Taylorreihen	241
33.1	Übungen	244
A	Ergebnisse zu den nicht gelösten Übungsaufgaben	249
	Literaturverzeichnis	263
	Index	265