

# Inhaltsverzeichnis

## Teil I: Ergänzungen zur Analysis

<b>1</b>	<b>Elemente der Integralrechnung .....</b>	<b>19</b>
1.1	Das bestimmte Integral.....	19
1.2	Berechnung bestimmter Integrale: Theorie .....	21
1.3	Berechnung bestimmter Integrale: Praxis .....	26
1.3.1	Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung .....	26
1.3.2	Stammfunktionen und das unbestimmte Integral .....	27
1.3.3	Erste Integrationsregeln.....	30
1.3.4	Substitution, Transformation der Grenzen.....	32
1.3.5	Hinweis auf numerische Methoden .....	34
1.4	Konsumenten- und Produzentenrenten .....	35
<b>2</b>	<b>Differenzen- und Differentialgleichungen.....</b>	<b>41</b>
2.1	Differenzgleichungen: Einführung und Begriffe .....	41
2.1.1	Beispiel: Das Wachstumsmodell von Harrod .....	41
2.1.2	Begriffe und Definitionen .....	43
2.2	Lineare Differenzgleichungen.....	45
2.2.1	Definition .....	45
2.2.2	Lösung.....	45
2.2.3	Beispiel.....	45
2.2.4	Eigenschaften.....	46
2.3	Lineare Differenzgleichungen erster Ordnung .....	47
2.3.1	Allgemeines.....	47
2.3.2	Homogene Differenzgleichungen erster Ordnung.....	47
2.3.3	Konstante Koeffizienten .....	48
2.3.4	Inhomogene Differenzgleichungen erster Ordnung.....	49
2.3.5	Konstante Koeffizienten .....	51

2.4	Lineare Differenzgleichungen zweiter Ordnung .....	53
2.4.1	Allgemeines.....	53
2.4.2	Homogene Differenzgleichungen zweiter Ordnung.....	53
2.4.3	Inhomogene Differenzgleichungen zweiter Ordnung .....	56
2.4.4	Das Multiplikatormodell von Hicks.....	58
2.5	Differentialgleichungen .....	59
2.6	Gewöhnliche Differentialgleichungen erster Ordnung.....	62
2.6.1	Spezialfall $y' = f(x)$ .....	62
2.6.2	Trennbare Variable.....	62
2.6.3	Lineare homogene Differentialgleichungen erster Ordnung.....	66
2.6.4	Lineare inhomogene Differentialgleichungen erster Ordnung.....	67
2.6.5	Ansatzmethode für eine partikuläre Lösung.....	69
2.7	Anfangswertaufgaben bei Differentialgleichungen erster Ordnung.....	71
2.7.1	Aufgabenstellung.....	71
2.7.2	Beispiel mit formelmäßiger Lösung .....	71
2.7.3	Hinweis auf numerische Lösungsverfahren.....	72

## Teil II: Transportoptimierung, Lineare Optimierung

<b>3</b>	<b>Lineare Gleichungssysteme: Kanonische Formen, Basislösungen .....</b>	<b>77</b>
3.1	Lineare Gleichungssysteme .....	77
3.1.1	Allgemeines.....	77
3.1.2	Quadratische Gleichungssysteme.....	78
3.1.3	Übergang zur kanonischen Form.....	82
3.1.4	Unterbestimmte Gleichungssysteme .....	84
3.2	Basis- und Nichtbasisvariable .....	86
3.3	Kanonische Formen, Basislösungen und ihre Eigenschaften.....	89
<b>4</b>	<b>Einführung in die Transportoptimierung .....</b>	<b>93</b>
4.1	Aufgabenstellung und mathematisches Modell .....	93
4.1.1	Aufgabenstellung der klassischen Transportoptimierung.....	93
4.1.2	Mathematisches Modell.....	94
4.1.3	Klassische Transportaufgabe .....	95

---

4.2	Theorie .....	96
4.2.1	Gleichungssystem der Nebenbedingungen .....	96
4.2.2	Hauptsatz der Transportoptimierung .....	99
4.2.3	Suche nach dem optimalen Transportplan: Theorie.....	99
4.2.4	Suche nach dem optimalen Transportplan: Praxis.....	99
4.3	Ermittlung eines ersten zulässigen Transportplanes .....	100
4.3.1	Die Nord-West-Ecken-Regel .....	100
4.3.2	Die Methode des kleinsten Elements .....	103
4.4	Verbesserung der Lösung.....	105
4.5	Spezielle Transportprobleme .....	105
4.5.1	Offenes Transportmodell .....	105
4.5.2	Berücksichtigung gesperrter Strecken.....	107
<b>5</b>	<b>Zuordnungsprobleme .....</b>	<b>109</b>
5.1	Problemstellung .....	109
5.2	Mathematisches Modell .....	109
5.3	Behandlung als spezielle Transportaufgabe .....	111
5.4	Kritik, Ausblick .....	113
<b>6</b>	<b>Lineare Optimierung.....</b>	<b>115</b>
6.1	Standard-Maximum-Probleme der linearen Optimierung.....	115
6.1.1	Einführendes Beispiel .....	115
6.1.2	Das Standard-Maximum-Problem der IO .....	116
6.2	Zwei Verfahren zum Basistausch .....	117
6.2.1	Wiederholung: Kanonische Form und Basislösung .....	117
6.2.2	Basistausch mit der Gauß-Methode .....	119
6.2.3	Basistausch mit dem verkürzten Austauschverfahren.....	121
6.3	Schlupfvariable und ihre Bedeutung.....	125
6.3.1	Begriff.....	125
6.3.2	Form des linearen Gleichungssystems .....	126
6.3.3	Hauptsatz der linearen Optimierung.....	127
6.3.4	Schlussfolgerungen aus dem Hauptsatz.....	127
6.3.5	Suche nach Basislösungen mit der Gauß-Methode .....	128
6.3.6	Suche nach Basislösungen mit dem verkürzten Austauschverfahren.....	130
6.3.7	Schlussfolgerungen und Aufgabenstellung.....	131

---

6.4	Das Simplex-Verfahren.....	132
6.4.1	Bedeutung.....	132
6.4.2	Basistausch im verkürzten Schema mit Simplex-Steuerung .....	132
6.4.3	Basistausch nach Gauß mit Simplex-Steuerung .....	136
6.4.4	Unlösbarkeit.....	140
6.5	Engpässe, Schattenpreise, Opportunitätskosten .....	144
6.5.1	Fragestellung.....	144
6.5.2	Engpässe .....	145
6.5.3	Kapazitätserweiterung .....	148
6.5.4	Opportunitätskosten, Schattenpreise.....	149
6.5.5	Abschließendes Beispiel .....	151
6.6	Nicht-Standard-Probleme der linearen Optimierung.....	152
6.6.1	Grundsätzliches .....	152
6.6.2	Spezielle Minimum-Probleme der linearen Optimierung .....	153
6.6.3	Einheitlichkeit der Nebenbedingungen verletzt .....	155
6.6.4	Negative rechte Seiten.....	156
6.6.5	Ausblick.....	159
6.7	Das revidierte Simplexverfahren.....	160
6.7.1	Grundsätzliches .....	160
6.7.2	Matrixschreibweise von Standard-Maximum-Problemen.....	160
6.7.3	Einstieg in das revidierte Simplex-Verfahren.....	162
6.7.4	Beispiel.....	164
6.7.5	Bemerkungen, Ausblick .....	169
6.8	Dualität in der linearen Optimierung.....	170
6.8.1	Einführendes Beispiel .....	170
6.8.2	Zusammenhänge .....	173
6.8.3	Dualität .....	174
6.8.4	Formales Beispiel .....	175
6.8.5	Ökonomische Deutung der Dualität .....	175
6.8.6	Dualitätssätze (Hinweis).....	177

## Teil III: Wahrscheinlichkeit und beurteilende Statistik

<b>7</b>	<b>Wiederholung: Wahrscheinlichkeit .....</b>	<b>181</b>
7.1	Zufällige Ereignisse.....	181
7.1.1	Zufallsexperimente.....	181
7.1.2	Sicheres und unmögliches Ereignis.....	181
7.1.3	Relationen zwischen zufälligen Ereignissen.....	181
7.1.4	Operationen mit zufälligen Ereignissen.....	182
7.2	Das Ereignisfeld.....	183
7.2.1	Definition.....	183
7.2.2	Eigenschaften des Ereignisfeldes.....	183
7.3	Wahrscheinlichkeitsbegriffe.....	183
7.3.1	Klassische Definition.....	183
7.3.2	Mängel der klassischen Definition.....	184
7.3.3	Axiomatischer Wahrscheinlichkeitsbegriff.....	184
7.4	Bedingte Wahrscheinlichkeiten und unabhängige Ereignisse.....	185
<b>8</b>	<b>Zufallsgrößen und Verteilungen.....</b>	<b>189</b>
8.1	Zufallsgrößen.....	189
8.1.1	Definition.....	189
8.1.2	Drei Arten von Zufallsgrößen.....	190
8.2	Zugang zur Verteilungsfunktion.....	191
8.2.1	Verteilungsfunktion beim Würfeln.....	191
8.2.2	Verteilungsfunktion der Zufallsgröße „Münzwurf“.....	194
8.3	Eigenschaften von Verteilungsfunktionen alternativer Zufallsgrößen.....	196
8.4	Eigenschaften von Verteilungsfunktionen diskreter Zufallsgrößen.....	197
8.5	Vertiefendes Beispiel.....	198
<b>9</b>	<b>Verteilungen alternativer und diskreter Zufallsgrößen.....</b>	<b>201</b>
9.1	Von der Verteilung zu den Eigenschaften der Zufallsgröße.....	201
9.1.1	Fragestellung.....	201
9.1.2	Von der Verteilungsfunktion zur Zufallsgröße.....	201

9.2	Poisson-Verteilung.....	204
9.2.1	Das Telefonzentralen-Beispiel.....	204
9.2.2	Schätzung des Parameters $\lambda$ .....	208
9.2.3	Beschaffung von Wahrscheinlichkeiten.....	209
9.3	Binomial-Verteilung.....	210
9.3.1	Der Wettkampf .....	210
9.3.2	Schätzung des Parameters $p$ .....	214
9.3.3	Beschaffung von Wahrscheinlichkeiten.....	215
<b>10</b>	<b>Stetige Verteilungen und stetige Zufallsgrößen.....</b>	<b>217</b>
10.1	Einführung .....	217
10.2	Die Exponentialverteilung.....	221
10.2.1	Definition, Berechnung von Wahrscheinlichkeiten .....	221
10.2.2	Anwendungsbeispiel .....	223
10.2.3	Schätzung des Parameters .....	224
<b>11</b>	<b>Normalverteilung.....</b>	<b>225</b>
11.1	Einführung, Normalität zufälliger Daten .....	225
11.2	Normalverteilte Zufallsgrößen .....	226
11.2.1	Definition und Verteilungsfunktion.....	226
11.2.2	Bedeutung der Standardabweichung .....	228
11.2.3	Berechnung von Wahrscheinlichkeiten .....	229
11.2.4	Schätzung der Parameter .....	232
11.3	Erkennen von Normalverteilungen .....	233
11.3.1	Aufgabenstellung, Grundsätzliches .....	233
11.3.2	Wann darf Normalverteilung angenommen werden? .....	234
11.3.3	Überprüfung der 3s-Bedingung.....	234
11.3.4	Säulendiagramm der Klassenhäufigkeiten .....	235
11.3.5	Glockenkurve .....	236
<b>12</b>	<b>Dichtefunktion, Standardnormalverteilung, Quantile.....</b>	<b>239</b>
12.1	Glockenkurve, Dichtefunktion der Normalverteilung.....	239
12.2	Standardnormalverteilung .....	242
12.3	Quantile.....	243

---

<b>13</b>	<b>Statistische Tests: Prüfung von Verteilungen.....</b>	<b>245</b>
13.1	Das Problem.....	245
13.2	Prüfung der Poisson-Verteilung.....	248
13.2.1	Prüfgröße .....	248
13.2.2	Form des Ablehnungsbereiches .....	248
13.2.3	Signifikanzniveau.....	249
13.2.4	Linker Rand des Ablehnungsbereiches.....	250
13.2.5	Entscheidung .....	251
13.2.6	Hinweis .....	252
13.3	Verallgemeinerung: Prüfung von diskreten Verteilungen.....	252
13.3.1	Aufgabenstellung.....	252
13.3.2	Hypothese und Gegenhypothese.....	252
13.3.3	Signifikanzniveau und Stichprobe.....	252
13.3.4	Prüfgröße .....	252
13.3.5	Quantil für die Entscheidung mit dem Ablehnungsbereich .....	253
13.3.6	Ablehnungsbereich.....	254
13.3.7	Entscheidung mit dem Ablehnungsbereich.....	254
13.4	Prüfung einer stetigen Verteilung mit bekannten Parametern .....	254
13.4.1	Aufgabenstellung.....	254
13.4.2	Hypothese und Gegenhypothese.....	254
13.4.3	Signifikanzniveau und Stichprobe.....	254
13.4.4	Prüfgröße .....	254
13.4.5	Quantil für die Entscheidung mit dem Ablehnungsbereich .....	255
13.4.6	Ablehnungsbereich.....	256
13.4.7	Entscheidung mit dem Ablehnungsbereich.....	256
13.4.8	Beispiel.....	256
13.5	Prüfung einer stetigen Verteilung mit unbekanntem Parametern.....	258
13.6	Ergänzung: Quantile der Chi-Quadrat-Verteilung aus Tafeln ablesen.....	258
<b>14</b>	<b>Statistische Tests: Parametertests .....</b>	<b>261</b>
14.1	Gegenhypothese, Fragestellungen bei Parametertests.....	261
14.2	Beispiel.....	264
14.2.1	Aufgabenstellung.....	264
14.2.2	Ablehnungsbereich.....	265
14.2.3	Prüfgröße .....	266
14.2.4	Entscheidung .....	266

14.2.5	Andere Gegenhypothese: Rechts einseitige Fragestellung .....	266
14.2.6	Andere Gegenhypothese: Zweiseitige Fragestellung .....	268
14.2.7	Ergänzung: Quantile der Standardnormalverteilung aus der Tafel ablesen .....	269
14.3	Parameterprüfung bei großen Stichproben.....	270
14.3.1	Prüfung des Anteilwertes mit großen Stichproben .....	270
14.3.2	Prüfung des Erwartungswertes mit großen Stichproben .....	270
<b>15</b>	<b>Parameterprüfung bei kleinen Stichproben.....</b>	<b>275</b>
15.1	Prüfung des Erwartungswertes bei bekannter Standardabweichung.....	275
15.1.1	Aufgabenstellung.....	275
15.1.2	Hypothese, Gegenhypothesen und Fragestellungen .....	275
15.1.3	Signifikanzniveau und Stichprobe .....	276
15.1.4	Prüfgröße .....	276
15.1.5	Quantile für die Entscheidung mit dem Ablehnungsbereich .....	276
15.1.6	Ablehnungsbereiche.....	276
15.1.7	Entscheidung .....	277
15.1.8	Beispiel.....	277
15.2	Prüfung des Erwartungswertes bei unbekannter Standardabweichung .....	278
15.2.1	Aufgabenstellung.....	278
15.2.2	Hypothese, Gegenhypothesen und Fragestellungen .....	278
15.2.3	Signifikanzniveau und Stichprobe .....	278
15.2.4	Prüfgröße .....	278
15.2.5	Einschub: Die Student'sche t-Verteilung.....	279
15.2.6	Quantile für die Entscheidung mit dem Ablehnungsbereich .....	280
15.2.7	Ablehnungsbereiche.....	281
15.2.8	Entscheidung mit dem Ablehnungsbereich .....	281
15.2.9	Einschub I: Excel und die Beschaffung der Quantile .....	281
15.2.10	Einschub II: Quantile der t-Verteilung aus Tafeln ablesen.....	282
15.2.11	Beispiel.....	283
15.3	Prüfung der Varianz .....	284
15.3.1	Aufgabenstellung.....	284
15.3.2	Hypothese, Gegenhypothesen und Fragestellungen .....	284
15.3.3	Signifikanzniveau und Stichprobe .....	285
15.3.4	Prüfgröße .....	285
15.3.5	Einschub: Die Chi-Quadrat-Verteilung.....	285
15.3.6	Quantile für die Entscheidung mit dem Ablehnungsbereich .....	286



15.3.7	Ablehnungsbereiche.....	287
15.3.8	Entscheidung .....	287
15.3.9	Einschub I: Quantile der Chi-Quadrat-Verteilung aus Tafeln ablesen.....	288
15.3.10	Einschub II: Excel und die Beschaffung der Quantile.....	288
15.3.11	Beispiel.....	289

## Teil IV: Grundzüge der Entscheidungstheorie

<b>16</b>	<b>Grundbegriffe der Entscheidungstheorie .....</b>	<b>293</b>
16.1	Einführungsbeispiel .....	293
16.2	Das Entscheidungsmodell .....	293
16.2.1	Das Beschreibungsmodell.....	294
16.2.2	Das Technologiemoell .....	296
16.2.3	Der Entscheidungskalkül .....	298
16.3	Zusammenfassung, Merkmale von Entscheidungsmodellen .....	299
16.3.1	Individual- und Gruppenentscheidungen.....	299
16.3.2	Ein- und mehrstufige Entscheidungsmodelle .....	300
16.3.3	Informationsstand des Entscheidenden .....	300
16.4	Ausblick.....	300
16.5	Ergänzung: Herleitung der Preis-Werbungs-Absatz-Funktion .....	301
16.5.1	Fall A: Gute konjunkturelle Lage.....	301
16.5.2	Fall B: Schlechte konjunkturelle Lage .....	302
<b>17</b>	<b>Klassische Entscheidungskriterien .....</b>	<b>303</b>
17.1	Vorbemerkung .....	303
17.2	Entscheidung nach dem $\mu$ -Prinzip .....	304
17.3	Entscheidung nach dem $\mu$ - $\sigma$ -Prinzip.....	306
17.4	Entscheidung nach dem $\mu$ - $p_r$ -Prinzip .....	307
<b>18</b>	<b>Das Bernoulli-Prinzip .....</b>	<b>309</b>
18.1	Grundsätze .....	309
18.2	Bewertung von Ausprägungen einer Zielgröße .....	309
18.3	Nutzenfunktionen .....	310

---

18.4	Umsetzung des Prinzips von Bernoulli .....	310
18.4.1	Der Erwartungswert des Risikonutzens .....	310
18.4.2	Das Entscheidungsprinzip von Bernoulli.....	311
18.4.3	Risikonutzenfunktionen .....	312
18.4.4	Das Axiomensystem .....	312
18.4.5	Formales Beispiel .....	314
18.5	Ermittlung der Risikonutzenfunktion .....	316
<b>19</b>	<b>Entscheidung unter Ungewissheit.....</b>	<b>323</b>
19.1	Problemstellung, funktionale Effizienz.....	323
19.2	Entscheidungsregeln mit Extremwerten.....	324
19.2.1	Maximin- und Minimax-Regel.....	324
19.2.2	Maximax-Regel .....	325
19.2.3	Hurwicz-Regel.....	326
19.3	Entscheidungsregel von Savage und Niehans .....	327
	<b>Weiterführende und vertiefende Literatur.....</b>	<b>329</b>
	<b>Sachwortverzeichnis .....</b>	<b>333</b>