

# Inhaltsverzeichnis

|                                                                         |       |
|-------------------------------------------------------------------------|-------|
| Abkürzungsverzeichnis .....                                             | XXIII |
| Symbolverzeichnis .....                                                 | XXVII |
| Abbildungsverzeichnis .....                                             | XXXI  |
| Tabellenverzeichnis.....                                                | XXXV  |
| 1 Einführung.....                                                       | 1     |
| 1.1 Entwicklung und Bedeutung der Optionsbewertung .....                | 1     |
| 1.2 Problemstellung.....                                                | 4     |
| 1.3 Zielsetzung .....                                                   | 5     |
| 1.4 Vorgehensweise .....                                                | 6     |
| 2 Grundlagen finanzwirtschaftlicher Optionen .....                      | 11    |
| 2.1 Kontraktspezifikationen von Optionen .....                          | 11    |
| 2.2 Zusammensetzung des Optionspreises.....                             | 12    |
| 2.2.1 Innerer Wert der Option .....                                     | 12    |
| 2.2.2 Zeitwert der Option .....                                         | 12    |
| 2.2.3 Illustration des inneren Wertes anhand von Transaktionsdaten..... | 14    |
| 2.3 Ausübung von Optionen.....                                          | 18    |
| 2.4 Modelle zur Optionsbewertung.....                                   | 20    |
| 2.4.1 Überblick.....                                                    | 20    |
| 2.4.2 CRR-Binomialmodell.....                                           | 26    |
| 2.4.3 Black/Scholes-Modell .....                                        | 32    |
| 2.4.3.1 Überblick .....                                                 | 32    |
| 2.4.3.2 Martingal.....                                                  | 34    |
| 2.4.3.3 Risikoneutrale Bewertung .....                                  | 36    |
| 2.4.3.4 Itô-Formel .....                                                | 39    |
| 2.4.3.5 Herleitung der Black/Scholes-Differentialgleichung.....         | 40    |
| 2.4.3.5.1 Hedging Portfolio Argument.....                               | 42    |
| 2.4.3.5.2 Replizierendes Portfolio Argument.....                        | 44    |
| 2.4.3.5.3 Martingalpreismaß .....                                       | 46    |

|                                                                      |     |
|----------------------------------------------------------------------|-----|
| 2.4.3.6 Herleitung der Black/Scholes-Formel.....                     | 49  |
| 2.4.3.7 Praktische Bedeutung des Black/Scholes-Modells.....          | 53  |
| 2.5 Analyse der Sensitivität eines Optionsportfolios .....           | 57  |
| 2.5.1 Sensitivität auf den Aktienkurs: Delta.....                    | 59  |
| 2.5.2 Sensitivität auf die reelle Volatilität: Gamma .....           | 65  |
| 2.5.3 Sensitivität auf die implizite Volatilität: Vega .....         | 71  |
| 2.5.4 Sensitivität auf die Restlaufzeit: Theta.....                  | 73  |
| 2.5.5 Sensitivität auf den risikofreien Zinssatz: Rho.....           | 75  |
| 2.6 Zusammenfassung.....                                             | 76  |
| <br>                                                                 |     |
| 3 Put-Call-Parität.....                                              | 81  |
| 3.1 Herleitung der Put-Call-Parität.....                             | 81  |
| 3.2 Illustration der Put-Call-Parität .....                          | 86  |
| 3.3 Bisherige empirische Untersuchungen zur Put-Call-Parität.....    | 87  |
| 3.4 Empirische Überprüfung der Put-Call-Parität .....                | 91  |
| 3.4.1 Datengrundlage .....                                           | 91  |
| 3.4.2 Methodik .....                                                 | 94  |
| 3.4.2.1 Überblick .....                                              | 94  |
| 3.4.2.2 Zeitsynchronität .....                                       | 94  |
| 3.4.2.3 Besonderheiten der DAX-Option .....                          | 101 |
| 3.4.2.4 Modellunabhängige Wertuntergrenze.....                       | 102 |
| 3.4.2.5 Zinssatz .....                                               | 103 |
| 3.4.2.6 Frühzeitige Ausübung und Dividenden .....                    | 103 |
| 3.4.2.7 Transaktionskosten .....                                     | 104 |
| 3.4.3 Anzahl von Verstößen gegen die Put-Call-Parität.....           | 106 |
| 3.4.4 Transaktionskosten für Market Maker und Privatinvestoren ..... | 107 |
| 3.4.5 Konstruktion der Handelsposition und Rechenparameter.....      | 109 |
| 3.4.6 Berechnung des Arbitragegewinns.....                           | 110 |
| 3.4.6.1 Überblick .....                                              | 110 |
| 3.4.6.2 Arbitragegewinn für Privatinvestoren.....                    | 112 |
| 3.4.6.3 Arbitragegewinn für Market Maker und Privatinvestoren.....   | 115 |
| 3.4.6.4 Arbitragegewinn für Market Maker.....                        | 118 |
| 3.4.6.5 Häufigkeitsverteilung von Transaktionsgrößen.....            | 121 |
| 3.5 Zusammenfassung.....                                             | 122 |

---

|         |                                                                         |     |
|---------|-------------------------------------------------------------------------|-----|
| 4       | Volatilität.....                                                        | 125 |
| 4.1.    | Historische Volatilität .....                                           | 125 |
| 4.1.1   | Definition der historischen Volatilität.....                            | 125 |
| 4.1.2   | Annualisierung der Volatilität.....                                     | 127 |
| 4.2     | Implizite Volatilität .....                                             | 129 |
| 4.2.1   | Stellenwert der impliziten Volatilität .....                            | 129 |
| 4.2.2   | Ermittlung der impliziten Volatilität.....                              | 130 |
| 4.2.2.1 | Newton/Raphson-Verfahren .....                                          | 131 |
| 4.2.2.2 | Verfahren der Deutschen Börse AG .....                                  | 132 |
| 4.2.3   | Konvergenz und Grenzen der Verfahren .....                              | 133 |
| 4.2.3.1 | Newton/Raphson-Verfahren .....                                          | 133 |
| 4.2.3.2 | Bisection-Verfahren.....                                                | 137 |
| 4.2.3.3 | Verfahren der Deutschen Börse AG .....                                  | 138 |
| 4.2.3.4 | Vergleich der Verfahren zur Ermittlung der impliziten Volatilität..     | 139 |
| 4.2.3.5 | Probleme bei der Ermittlung der impliziten Volatilität .....            | 142 |
| 4.2.4   | Optimale Optionsparameter zur Ermittlung der impliziten Volatilität ... | 144 |
| 4.2.5   | Zusammenfassung.....                                                    | 150 |
| 4.3     | Empirie zur impliziten Volatilität und risikoneutralen Dichte.....      | 151 |
| 4.4     | Empirische Untersuchung der impliziten Volatilität.....                 | 156 |
| 4.4.1   | Überblick.....                                                          | 156 |
| 4.4.2   | Datenbasis .....                                                        | 156 |
| 4.4.3   | Darstellung der impliziten Volatilität von Calls und Puts.....          | 159 |
| 4.4.4   | Überprüfung des mittleren Volatilitätsniveaus von Calls und Puts .....  | 166 |
| 4.4.5   | Überprüfung der impliziten Volatilitäten von Calls und Puts.....        | 172 |
| 4.5     | Kritik an Interpretationen der impliziten Volatilität .....             | 176 |
| 4.5.1   | Aussagekraft gebunden an einzelne Option .....                          | 176 |
| 4.5.2   | Mangelhafte Feststellung von Fehlbewertungen.....                       | 177 |
| 4.5.3   | Kein Marktkonsens zukünftiger Preisbewegungen.....                      | 178 |
| 4.5.4   | Inkonsistenz der Berechnungsweise.....                                  | 180 |
| 4.5.5   | Kalibrierung des Optionsbewertungsmodells .....                         | 181 |
| 4.5.6   | Residualgröße.....                                                      | 183 |
| 4.5.7   | Empirische Ergebnisse .....                                             | 185 |
| 4.6     | Zusammenfassung.....                                                    | 186 |

---

|         |                                                                           |     |
|---------|---------------------------------------------------------------------------|-----|
| 5       | Theoretische Überprüfung des Black/Scholes-Modells .....                  | 189 |
| 5.1     | Überblick .....                                                           | 189 |
| 5.2     | Frikionsloser Markt .....                                                 | 189 |
| 5.2.1   | Liquidität .....                                                          | 189 |
| 5.2.2   | Synchronisierung des Aktien- und Optionsmarktes .....                     | 199 |
| 5.2.3   | Abwesenheit von Transaktionskosten .....                                  | 201 |
| 5.2.4   | Kontinuierlicher Handel .....                                             | 210 |
| 5.3     | Risikoloser Zinssatz .....                                                | 211 |
| 5.4     | Konstante Volatilität .....                                               | 212 |
| 5.5     | Geometrische Brownsche Bewegung .....                                     | 216 |
| 5.5.1   | Formale Herleitung .....                                                  | 216 |
| 5.5.2   | Normalverteilung der Renditen .....                                       | 221 |
| 5.5.3   | Log-Normalverteilung des DAX .....                                        | 226 |
| 5.6     | Zusammenfassung .....                                                     | 242 |
| 6       | Empirische Überprüfung des Black/Scholes-Modells .....                    | 245 |
| 6.1     | Überblick .....                                                           | 245 |
| 6.2     | Literaturüberblick zur Bewertung von Indexderivaten .....                 | 246 |
| 6.3     | Aufbau und Methodik der Studie .....                                      | 257 |
| 6.3.1   | Kapitalmarktdaten .....                                                   | 257 |
| 6.3.2.1 | DAX auf Xetra .....                                                       | 258 |
| 6.3.2.2 | DAX-Option .....                                                          | 262 |
| 6.3.2.3 | Risikoloser Zinssatz .....                                                | 265 |
| 6.3.2.4 | Restlaufzeit der Optionen .....                                           | 269 |
| 6.3.2.5 | Dividenden .....                                                          | 269 |
| 6.3.2.6 | Volatilität .....                                                         | 270 |
| 6.3.2   | Deskriptive Statistiken .....                                             | 277 |
| 6.3.3   | Datensynchronisation und Fehlerbereinigung .....                          | 293 |
| 6.3.3.1 | Synchronisierung von Optionspreis und DAX-Tickdaten .....                 | 294 |
| 6.3.3.2 | Datenbereinigung in der Optionspreisliteratur .....                       | 295 |
| 6.3.3.3 | Definition und Kennzeichnung annullierter Handelsgeschäfte ...            | 297 |
| 6.3.3.4 | Methodik der Datenbereinigung .....                                       | 299 |
| 6.3.3.5 | Umfang und ökonomische Signifikanz annullierter<br>Handelsgeschäfte ..... | 300 |
| 6.3.3.6 | Verstöße gegen die Put-Call-Parität .....                                 | 306 |

---

|                                                                               |     |
|-------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 6.3.3.7 Verstöße gegen verteilungsfreie Wertgrenzen.....                      | 308 |
| 6.3.3.8 Optionen am Verfalltag .....                                          | 310 |
| 6.3.3.9 Mindestpreiskriterium.....                                            | 313 |
| 6.3.3.10 Übersicht über das Bereinigungsverfahren.....                        | 317 |
| 6.4 Berechnung der Fehlbewertungen.....                                       | 317 |
| 6.4.1 Deskriptive Statistiken für Optionen unterschiedlicher Kategorien.....  | 318 |
| 6.4.1.1 Out-of-the-money Calls .....                                          | 319 |
| 6.4.1.2 At-the-money Calls.....                                               | 320 |
| 6.4.1.3 In-the-money Calls .....                                              | 321 |
| 6.4.1.4 Out-of-the-money Puts .....                                           | 323 |
| 6.4.1.5 At-the-money Puts .....                                               | 324 |
| 6.4.1.6 In-the-money Puts.....                                                | 326 |
| 6.4.1.7 Zusammenfassung .....                                                 | 327 |
| 6.4.2 Optionspreise in Abhängigkeit von der Moneyness .....                   | 328 |
| 6.4.3 Abweichungen zwischen Modell- und Marktpreisen.....                     | 329 |
| 6.4.3.1 Out-of-the-money Calls .....                                          | 330 |
| 6.4.3.2 At-the-money Calls.....                                               | 332 |
| 6.4.3.3 In-the-money Calls .....                                              | 334 |
| 6.4.3.4 Out-of-the-money Puts .....                                           | 336 |
| 6.4.3.5 At-the-money Puts .....                                               | 338 |
| 6.4.3.6 In-the-money Puts.....                                                | 340 |
| 6.4.3.7 Zusammenfassung .....                                                 | 341 |
| 6.4.4 Statistische Signifikanz der Fehlerabweichungen.....                    | 347 |
| 6.4.4.1 Überprüfung der Optionspreise auf Normalverteilung .....              | 348 |
| 6.4.4.2 Überprüfung der Gleichheit von BS- und Marktpreisen .....             | 348 |
| 6.4.4.3 Zusammenfassung des Vergleichs von BS- und Marktpreisen ...           | 350 |
| 6.4.5 Bedeutung des Volatilitätsparameters für die Optionspreisschätzung .... | 351 |
| 6.4.5.1 Diebold/Mariano-Teststatistik .....                                   | 351 |
| 6.4.5.2 Ergebnisse für den gesamten Untersuchungszeitraum .....               | 352 |
| 6.4.5.3 Ergebnisse bei monatsweiser Betrachtung .....                         | 353 |
| 6.4.5.4 Zusammenfassung .....                                                 | 354 |
| 6.4.6 Eignung des Black/Scholes-Modells zur Optionsbewertung .....            | 355 |
| 6.5 Zusammenfassung.....                                                      | 362 |
| 7 Schlussbetrachtung.....                                                     | 365 |

---

|                                                                  |     |
|------------------------------------------------------------------|-----|
| Anhang .....                                                     | 373 |
| 1. Historische Zusammensetzung des DAX.....                      | 373 |
| 2. Market Maker für die DAX-Option .....                         | 374 |
| 3. Verfall- und Ausübungstage an der Eurex .....                 | 376 |
| 4. Erwartungswert und Varianz.....                               | 377 |
| 5. Datenextrahierung und Datenbearbeitung.....                   | 378 |
| 5.1 Variable DAX-Kurse.....                                      | 378 |
| 5.2 Täglicher Zinssatz .....                                     | 378 |
| 5.3 Variable Optionspreise .....                                 | 385 |
| 5.4 Annullierte Transaktionen.....                               | 389 |
| 6. Dateninput .....                                              | 391 |
| 7. Berechnungen für den Wilcoxon-Rangtest .....                  | 393 |
| 7.1 Mediane der Volatilität.....                                 | 393 |
| 7.2 Mittelwerte der Volatilität .....                            | 396 |
| 8. Zusätzliche Auswertungen .....                                | 399 |
| 8.1 Arbitragegewinne in den einzelnen Monaten.....               | 399 |
| 8.1.1 Arbitragegewinne im Januar 2004 .....                      | 399 |
| 8.1.2 Arbitragegewinne im Februar 2004 .....                     | 400 |
| 8.1.3 Arbitragegewinne im März 2004 .....                        | 400 |
| 8.1.4 Arbitragegewinne im April 2004 .....                       | 400 |
| 8.1.5 Arbitragegewinne im Mai 2004 .....                         | 401 |
| 8.1.6 Arbitragegewinne im Juni 2004.....                         | 401 |
| 8.2 Bereinigte Arbitragehöhe für normale Handelsteilnehmer ..... | 401 |
| 8.3 Bereinigte Arbitragehöhe für Market Maker.....               | 402 |
| 8.4 Überprüfung des Niveaus der impliziten Volatilität .....     | 403 |
| Literaturverzeichnis.....                                        | 411 |
| Stichwortverzeichnis .....                                       | 443 |