## Inhaltsverzeichnis

Vorwort ..... V
Abbildungsverzeichnis ..... XIX
Anwendungsverzeichnis ..... XXIII
I Deskriptive Statistik ..... 1

1. Grundbegriffe ..... 3
1.1 Der Statistikbegriff ..... 3
1.2 Merkmalsträger, Grundgesamtheiten und Stichproben ..... 4
1.3 Klassifikation von Merkmalen ..... 6
1.3.1 Klassifikation nach dem Skalenniveau ..... 6
1.3.2 Klassifikation in diskrete und stetige Merkmale. ..... 10
1.3.3 Klassifikation in qualitative und quantitative Merkmale ..... 11
2. Eindimensionale Häufigkeitsverteilungen ..... 13
2.1 Häufigkeitsverteilung ..... 13
2.1.1 Häufigkeitsverteilung bei diskreten Merkmalen. ..... 13
2.1.2 Empirische Verteilungsfunktion bei diskreten Merkmalen ..... 18
2.1.3 Klassierte Häufigkeitsverteilung bei stetigen Merkmalen ..... 21
2.1.4 Typische Häufigkeitsverteilungen. ..... 26
2.1.5 Quantile ..... 28
2.2 Maßzahlen ..... 31
2.2.1 Lageparameter ..... 31
2.2.1.1 Modus ..... 32
2.2.1.2 Median ..... 34
2.2.1.3 Arithmetisches Mittel ..... 35
2.2.1.4 Geometrisches Mittel ..... 38
2.2.1.5 Exkurs: Renditen und Renditedurchschnitte ..... 2
2.2.1.6 Lageregeln ..... 44
2.2.2 Streuungsparameter ..... 45
2.2.2.1 Spannweite und Quartilsabstand ..... 45
2.2.2.2 Mittlere absolute Abweichung ..... 47
2.2.2.3 Varianz und Standardabweichung ..... 49
2.2.2.4 Exkurs: Volatilität ..... 56 x
2.2.2.5 Variationskoeffizient ..... 59
2.2.2.6 Box-Whisker-Plot ..... 61
2.2.3 Momente und Schiefemaße ..... 62
2.2.3.1 Empirische Momente ..... 63
2.2.3.2 Schiefemaße ..... 63
2.2.4 Konzentrationsmessung ..... 65
2.2.4.1 Maßzahlen der absoluten Konzentration ..... 66
2.2.4.2 Maßzahlen der relativen Konzentration ..... 70 2
3. Zweidimensionale Häufigkeitsverteilungen ..... 81
3.1 Grundlagen ..... 81
3.1.1 Kontingenztabelle ..... 81
3.1.2 Randhäufigkeiten und -verteilungen. ..... 85
3.1.3 Bedingte Häufigkeiten und Verteilungen ..... 86
3.1.4 Statistische Unabhängigkeit ..... 89
3.2 Korrelationsanalyse ..... 92
3.2.1 Kovarianz und Bravais-Pearson-Korrelationskoeffizient ..... 92
3.2.2 Spearman-Rangkorrelationskoeffizient ..... 98
3.2.3 Kontingenzkoeffizient ..... 102
3.2.4 Lineartransformationen und Linearkombinationen. ..... 104
3.2.5 Kritische Anmerkungen zur Korrelationsanalyse ..... 106
4. Messzahlen und Indizes ..... 109
4.1 Messzahlen ..... 109
4.2 Indexzahlen ..... 112
4.2.1 Preisindizes ..... 112
4.2.1.1 Grundlegendes ..... 112
4.2.1.2 Preisindex nach Laspeyres ..... 114
4.2.1.3 Preisindex nach Paasche ..... 116
4.2.1.4 Weitere Preisindizes ..... 116
4.2.1.5 Preisindexreihen und Inflationsmessung ..... 118 2
4.2.1.6 Preisbereinigung und reale Größen ..... 119 x
4.2.1.7 Interregionale Kaufkraftvergleiche ..... 121 x
4.2.1.8 Umbasierung und Verknüpfung ..... 123
4.2.2 Mengenindizes ..... 125
4.2.3 Wertindex ..... 127
4.2.4 Wichtige Indizes aus der Wirtschaftspraxis ..... 128
4.2.4.1 Verbraucherpreisindex (VPI) ..... 128 x
4.2.4.2 Harmonisierter Verbraucherpreisindex (HVPI) ..... 131 2
4.2.4.3 Deutscher Aktienindex (DAX) ..... 132 x
5. Aufgaben ..... 135
II Wahrscheinlichkeitsrechnung ..... 145
6. Grundlagen der Wahrscheinlichkeitstheorie ..... 147
1.1 Grundbegriffe ..... 147
1.2 Ereignisse und ihre Darstellung ..... 149
1.3 Wahrscheinlichkeitsregeln und -definitionen. ..... 155
1.3.1 Axiome der Wahrscheinlichkeitsrechnung ..... 156
1.3.2 Klassische Wahrscheinlichkeitsdefinition ..... 159
1.3.3 Statistische Wahrscheinlichkeitsdefinition ..... 162
1.3.4 Subjektive Wahrscheinlichkeitsdefinition ..... 163 2
1.4 Zufallsauswahl und Kombinatorik ..... 166
1.4.1 Zufallsauswahl und Urnenmodell. ..... 167
1.4.2 Kombinatorik ..... 167
1.4.2.1 n-Fakultät und Binomialkoeffizient ..... 167
1.4.2.2 Prinzipien der Kombinatorik. ..... 169
1.4.2.3 Zusammenfassung und Vergleich. ..... 174
1.5 Bedingte Wahrscheinlichkeiten ..... 176
1.5.1 Definition und Interpretation ..... 176
1.5.2 Multiplikationssatz ..... 177
1.5.3 Unabhängigkeit von Ereignissen ..... 180
1.5.4 Satz der totalen Wahrscheinlichkeit. ..... 183
1.5.5 Formel von Bayes ..... 185 x
7. Zufallsvariablen ..... 191
2.1 Begriff der Zufallsvariable. ..... 191
2.2 Diskrete Zufallsvariablen ..... 194
2.2.1 Wahrscheinlichkeitsfunktion ..... 194
2.2.2 Verteilungsfunktion ..... 196
2.2.3 Zusammenfassende Gegenüberstellung ..... 198
2.3 Stetige Zufallsvariablen ..... 200
2.3.1 Verteilungsfunktion ..... 200
2.3.2 Dichtefunktion ..... 201
2.3.3 Zusammenfassende Gegenüberstellung ..... 204
2.4 Kennzahlen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen ..... 205
2.4.1 Erwartungswert ..... 205
2.4.1.1 Definition ..... 205
2.4.1.2 Eigenschaften ..... 207
2.4.2 Varianz und Standardabweichung ..... 211
2.4.2.1 Definition ..... 211
2.4.2.2 Eigenschaften ..... 212
2.4.2.3 Standardisierung von Zufallsvariablen ..... 214
2.4.3 Höhere Momente ..... 216
2.4.4 Quantile. ..... 217
2.5 Ungleichung von Tschebyscheff ..... 219
2.6 Anwendungsbeispiele ..... 221
2.6.1 Renditen als Zufallsvariablen ..... 221 x
2.6.2 Zufallsvariablen beim Roulette ..... 222
2.7 Mehrdimensionale Zufallsvariablen. ..... 225
2.7.1 Begriff ..... 225
2.7.2 Wahrscheinlichkeits- und Verteilungsfunktion ..... 226
2.7.2.1 Gemeinsame Wahrscheinlichkeitsfunktion ..... 226
2.7.2.2 Gemeinsame Verteilungsfunktion ..... 228
2.7.2.3 Randverteilungen ..... 228
2.7.2.4 Bedingte Verteilungen ..... 229
2.7.3 Stochastische Unabhängigkeit ..... 231
2.7.4 Kennzahlen zweidimensionaler Wahrscheinlichkeitsverteilungen. ..... 232
2.7.4.1 Erwartungswert und Varianz ..... 232
2.7.4.2 Kovarianz und Korrelationskoeffizient ..... 234
2.7.5 Linearkombinationen von Zufallsvariablen ..... 237
2.7.6 Formelzusammenstellung für stetige Zufallsvariablen ..... 239
2.7.7 Anwendungsbeispiel: Portfoliotheorie ..... 240 2
8. Theoretische Verteilungen ..... 245
3.1 Diskrete Verteilungen ..... 245
3.1.1 Binomialverteilung ..... 245
3.1.1.1 Wahrscheinlichkeits- und Verteilungsfunktion ..... 245
3.1.1.2 Eigenschaften ..... 249
3.1.1.3 Praxisanwendung: Operationscharakteristiken ..... 250 x
3.1.2 Hypergeometrische Verteilung ..... 252
3.1.2.1 Wahrscheinlichkeits- und Verteilungsfunktion ..... 252
3.1.2.2 Eigenschaften ..... 255
3.1.2.3 Approximation durch die Binomialverteilung ..... 256
3.1.3 Poissonverteilung ..... 257
3.1.3.1 Wahrscheinlichkeits- und Verteilungsfunktion ..... 257
3.1.3.2 Eigenschaften ..... 259
3.1.3.3 Approximation ..... $259 \boldsymbol{A}$
3.2 Stetige Verteilungen ..... 261
3.2.1 Gleichverteilung ..... 261
3.2.1.1 Dichte- und Verteilungsfunktion ..... 261
3.2.1.2 Diskretes Gegenstück ..... 262
3.2.2 Exponentialverteilung ..... 264
3.2.2.1 Dichte- und Verteilungsfunktion ..... 264
3.2.2.2 Diskretes Gegenstück ..... 266
3.2.3 Normalverteilung ..... 268
3.2.3.1 Dichte- und Verteilungsfunktion ..... 268
3.2.3.2 Standardnormalverteilung ..... 271
3.2.3.3 Reproduktionseigenschaft ..... 275
3.2.4 Logarithmische Normalverteilung ..... 276
3.3 Test-Verteilungen ..... 278
3.3.1 Chi-Quadrat-Verteilung ..... 278
3.3.2 t-Verteilung ..... 280
3.3.3 F-Verteilung ..... 281
3.4 Bedeutung der Normalverteilung ..... 283
3.4.1 Zentraler Grenzwertsatz ..... 283
3.4.2 Approximation diskreter Verteilungen ..... 285
3.4.2.1 Binomialverteilung ..... 285
3.4.2.2 Hypergeometrische Verteilung ..... 286
3.4.2.3 Poissonverteilung ..... 287
3.4.2.4 Überblick zur Approximation eindimensionaler Verteilungen ..... 289
3.4.2.5 Empirische Verteilungen ..... 290
9. Aufgaben ..... 293
III Induktive Statistik ..... 307
10. Punktschätzung ..... 309
1.1 Stichproben ..... 309
1.2 Schätzer und ihre Stichprobenverteilungen ..... 310
1.2.1 Grundlagen der Punktschätzung ..... 310
1.2.2 Verteilung des Stichprobenmittels ..... 313
1.2.2.1 Ziehen mit Zurücklegen ..... 313
1.2.2.2 Ziehen ohne Zurücklegen ..... 316
1.2.3 Verteilung des Stichprobenanteilswerts ..... 318
1.2.3.1 Ziehen mit Zurücklegen ..... 318
1.2.3.2 Ziehen ohne Zurücklegen ..... 319
1.2.4 Verteilung der Stichprobenvarianz ..... 321
1.2.5 Verteilung weiterer Stichprobengrößen ..... 322
1.2.5.1 Differenz zweier Stichprobenmittel. ..... 322
1.2.5.2 Differenz zweier Stichprobenanteilswerte ..... 323
1.2.5.3 Quotient zweier Stichprobenvarianzen ..... 324
1.3 Güte von Schätzern ..... 326
1.3.1 Erwartungstreue ..... 326
1.3.2 Asymptotische Erwartungstreue ..... 327
1.3.3 Effizienz. ..... 328
1.3.4 Konsistenz ..... 328
1.3.5 Mittlerer quadratischer Fehler ..... 329
1.4 Konstruktion von Schätzern ..... 330
1.4.1 Methode der kleinsten Quadrate ..... 331
1.4.2 Maximum-Likelihood-Methode ..... 331
11. Intervallschätzung ..... 335
2.1 Grundlagen ..... 335
2.2 Konfidenzintervalle für das arithmetische Mittel ..... 336
2.2.1 Normalverteilte Grundgesamtheit mit bekannter Varianz ..... 338
2.2.2 Normalverteilte Grundgesamtheit mit unbekannter Varianz ..... 340
2.2.3 Beliebig verteilte Grundgesamtheit ..... 341
2.3 Konfidenzintervall für den Anteilswert ..... 342
2.4 Konfidenzintervall für die Varianz ..... 344
2.5 Überblick über die behandelten Konfidenzintervalle. ..... 345
2.6 Planung des Stichprobenumfangs ..... 346 x
2.6.1 Konfidenzintervall für das arithmetische Mittel ..... 346
2.6.2 Konfidenzintervall für den Anteilswert ..... 347
2.6.3 Konfidenzintervall für die Varianz ..... 347
12. Testen von Hypothesen ..... 349
3.1 Allgemeines Testschema ..... 349
3.2 Testklassifizierung ..... 353
3.3 Parametertests ..... 354
3.3.1 Einstichprobentests ..... 354
3.3.1.1 Einstichprobentest für den Anteilswert. ..... 354
3.3.1.2 Einstichprobentest für das arithmetische Mittel ..... 361
3.3.1.3 Statistische Qualitätskontrolle ..... 365
3.3.1.4 Einstichprobentest für die Varianz ..... 366
3.3.2 Zweistichprobentests. ..... 368
3.3.2.1 Vergleich zweier arithmetischer Mittel ..... 369
3.3.2.2 Vergleich zweier Anteilswerte ..... 372
3.3.2.3 Vergleich zweier Varianzen ..... 373
3.3.3 Parametertests bei verbundenen Stichproben ..... 375
3.3.3.1 Differenzentest ..... 376
3.3.3.2 Korrelationstest ..... 378
3.3.4 Gütefunktionen von Parametertests ..... 381
3.4 Verteilungstests ..... 386
3.4.1 Chi-Quadrat-Anpassungstest ..... 386
3.4.1.1 Anpassungstest bei diskret verteilter Grundgesamtheit ..... 386
3.4.1.2 Anpassungstest bei stetig verteilter Grundgesamtheit. ..... 391
3.4.2 Chi-Quadrat-Unabhängigkeitstest ..... 392
3.4.3 Chi-Quadrat-Homogenitätstest. ..... 397
3.5 Einfache Varianzanalyse ..... 399
3.6 Überblick über die behandelten Testverfahren ..... 403
13. Aufgaben ..... 405
IV Einführung in die Ökonometrie ..... 413
14. Grundlagen ..... 415
1.1 Was ist Regressionsanalyse? ..... 415
1.1.1 Ziele der Regressionsanalyse ..... 415
1.1.2 Grundgedanken und Abgrenzungen. ..... 417
1.2 Das Prinzip der kleinsten Quadrate ..... 418
1.2.1 OLS bei Modellen mit einer erklärenden Variablen ..... 418
1.2.2 OLS und Linearität ..... 424
1.2.3 OLS bei Modellen mit mehreren erklärenden Variablen ..... 426
1.2.4 Güte einer geschätzten Regressionsgleichung ..... 428
1.2.4.1 Das Bestimmtheitsmaß ..... 428
1.2.4.2 Einfacher Korrelationskoeffizient ..... 431
1.2.4.3 Angepasstes Bestimmtheitsmaß ..... 432
15. Das lineare Regressionsmodell und seine Annahmen ..... 435
2.1 Das lineare Regressionsmodell ..... 435
2.1.1 Die Regressionsfunktion der Grundgesamtheit ..... 435
2.1.2 Die Regressionsfunktion der Stichprobe ..... 440
2.2 Klassische Annahmen ..... 443
2.2.1 Annahmenkatalog ..... 443
2.2.2 Bedeutung deterministischer und stochastischer Regressoren ..... 451
2.2.3 Duplikation der Annahmen des CLRM durch OLS ..... 452
2.3 Statistische Eigenschaften der OLS-Schätzer ..... 452
2.3.1 Verteilung der OLS-Schätzer ..... 452
2.3.2 Gauß-Markov-Theorem ..... 456
16. Testen von Hypothesen und Konfidenzintervalle ..... 459
3.1 Testen einzelner Regressionsparameter - t-Test. ..... 459
3.1.1 Hypothesen, t-Statistik und Entscheidungsregel ..... 4592
3.1.2 Der p-Wert ..... 463
3.1.3 Beschränkungen des t-Tests ..... 464
3.1.4 Konfidenzintervalle für Regressionsparameter. ..... 4652
3.2 Simultanes Testen mehrerer Parameter - F-Test. ..... 467
3.2.1 Hypothesen, F-Statistik und Entscheidungsregel ..... 467
3.2.2 F-Test für die Gesamtsignifikanz ..... 468
3.2.3 Weitere Anwendungen des F-Tests und der Chow-Test ..... 470
3.3 Test der Normalverteilungsannahme ..... 473
17. Verletzungen der Annahmen des klassischen Regressionsmodells ..... 475
4.1 Modellspezifikation I: Variablenwahl ..... 475
4.1.1 Vernachlässigte Variablen. ..... 475
4.1.2 Überflüssige Variablen ..... 478
4.1.3 Modellspezifikationskriterien und Spezifikationstests ..... 480
4.1.4 Verzögerte erklärende Variablen ..... 483
4.2 Modellspezifikation II: Funktionale Form ..... 486
4.2.1 Bedeutung des konstanten Terms ..... 486
4.2.2 Alternative funktionale Formen ..... 488
4.2.2.1 Lineare Form ..... 488
4.2.2.2 Doppel-Log-Form. ..... 489
4.2.2.3 Semi-Log-Form ..... 490
4.2.2.4 Polynom-Form ..... 492
4.2.2.5 Inverse Form ..... 493
4.2.2.6 Zusammenfassender Überblick ..... 494
4.2.3 Dummy-Variablen ..... 495
4.2.3.1 Achsenabschnitts-Dummies ..... 495
4.2.3.2 Steigungs-Dummies ..... 499
4.2.4 Folgen der Wahl einer falschen funktionalen Form ..... 501
4.3 Multikollinearität. ..... 503
4.3.1 Formen von Multikollinearität. ..... 503
4.3.2 Konsequenzen von Multikollinearität ..... 505
4.3.3 Aufdecken von Multikollinearität ..... 506 A
4.3.4 Vorgehensweise bei festgestellter Multikollinearität ..... 510
4.4 Heteroskedastizität ..... 516
4.4.1 Ursachen von Heteroskedastizität. ..... 516
4.4.2 Konsequenzen von Heteroskedastizität. ..... 518
4.4.3 Aufdecken von Heteroskedastizität ..... 520 X
4.4.3.1 Grafische Methode ..... 520
4.4.3.2 Breusch-Pagan LM-Test ..... 523
4.4.3.3 White-Test ..... 525
4.4.4 Vorgehensweise bei festgestellter Heteroskedastizität ..... 528
4.4.4.1 Gewichtetes Prinzip der kleinsten Quadrate (WLS) ..... 528
4.4.4.2 White Standardfehler. ..... 531
4.4.4.3 Variablenredefinition. ..... 533
4.5 Autokorrelation ..... 534
4.5.1 Formen von Autokorrelation ..... 534
4.5.2 Konsequenzen von Autokorrelation ..... 540
4.5.3 Aufdecken von Autokorrelation ..... 542 x
4.5.3.1 Grafische Methode ..... 542
4.5.3.2 Durbin-Watson d-Test ..... 543
4.5.3.3 Breusch-Godfrey LM-Test ..... 546
4.5.4 Vorgehensweise bei festgestellter Autokorrelation ..... 548
4.5.4.1 Verallgemeinertes Prinzip der kleinsten Quadrate (GLS) ..... 549
4.5.4.2 Newey-West Standardfehler ..... 552
4.6 Korrelation zwischen erklärenden Variablen und stochastischem Störterm ..... 554
4.6.1 Konsequenzen. ..... 554
4.6.2 Ursachen ..... 555
4.6.2.1 Vernachlässigte Variablen ..... 555
4.6.2.2 Messfehler ..... 555
4.6.2.3 Verzögerte endogene Variable ..... 556
4.6.2.4 Simultanität. ..... 557
4.6.3 Instrumentenvariablenschätzung ..... 558
4.6.3.1 Instrumentenvariablen ..... 558
4.6.3.2 Zweistufige Methode der kleinsten Quadrate (TSLS) ..... $560 \mathcal{A}$
4.6.3.3 Hausman-Test und Verletzung von Annahme 2b. ..... 564
4.6.3.4 Sargan-Test und Güte von Instrumenten ..... 567
4.7 Besonderheiten bei der Arbeit mit Zeitreihen ..... 570
4.7.1 Dynamische Modelle ..... 570
4.7.1.1 Grundlagen ..... 570
4.7.1.2 Problem der Autokorrelation in ARDL-Modellen. ..... 571
4.7.2 Nichtstationäre Zeitreihen und Kointegration ..... 572
4.7.2.1 Stationarität vs. Nicht-Stationarität ..... 572
4.7.2.2 Random Walks und Unit Roots ..... 573
4.7.2.3 Differenzstationarität vs. Trendstationarität. ..... 576
4.7.2.4 Scheinregression und ihre Bekämpfung ..... 578
4.7.2.5 Prüfung auf Stationarität ..... 582 x
4.7.2.6 Kointegration und Fehlerkorrekturmodell ..... 591 x
4.7.2.7 Zusammenfassung ..... 596
18. Zusammenfassende Anwendungen aus dem Finanzbereich ..... 597
5.1 Capital Asset Pricing Model ..... 597 x
5.2 Investmentfondsperformance ..... 600 ス
19. Prognose mit geschätzten Regressionsmodellen ..... 605
6.1 Grundlagen der Prognose ..... 605
6.2 Bedingte Prognosen ..... 608
6.2.1 Prognosefehler bei bedingten Prognosen ..... 608
6.2.2 Beurteilung der Güte von Prognosen ..... 611 x
6.2.3 Prognose bei Vorliegen von Autokorrelation ..... 615
6.2.4 Trendprognosen ..... 618
6.3 Unbedingte Prognosen ..... 620
6.4 Zusammenfassung ..... 622
20. Aufgaben ..... 623
Inhaltsverzeichnis ..... XVII
V Lösungen ..... 637
21. Kapitel I - Deskriptive Statistik ..... 639
22. Kapitel II - Wahrscheinlichkeitsrechnung ..... 645
23. Kapitel III - Induktive Statistik ..... 655
24. Kapitel IV - Ökonometrie ..... 665
VI Anhang ..... 679
25. Statistische Tafeln ..... 681
1.1 Binomialkoeffizienten ..... 681
1.2 Binomialverteilung - Verteilungsfunktion ..... 682
1.3 Poissonverteilung - Verteilungsfunktion. ..... 689
1.4 Standardnormalverteilung - Verteilungsfunktion ..... 692
1.5 Standardnormalverteilung - Wichtige Quantile ..... 693
1.6 Chi-Quadrat-Verteilung - Quantile ..... 694
1.7 t-Verteilung - Quantile ..... 696
1.8 F-Verteilung - Quantile ..... 697
26. Ökonometrische Tafeln ..... 703
2.1 Kritische Werte der Durbin-Watson-Statistik ..... 703
2.2 Kritische Dickey-Fuller t-Werte. ..... 705
Literaturverzeichnis ..... 707
Stichwortverzeichnis ..... 715
